

3. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ И ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ДЕЙСТВУЮЩИХ ФАКТОРОВ НА НДС КОНСТРУКЦИИ «ПОТОЛОЧИНА – ЦЕЛИКИ – КАМЕРЫ»

3.1. ОЦЕНКА НДС КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ СУЩЕСТВУЮЩИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРАХ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ

Для оценки работоспособности математической модели выполнен расчет НДС конструктивных элементов. В качестве примера выбран участок Главной залежи. Очистные камеры с размерами в плане $a_k \times b_k = 55 \times 30$ метров длинной стороной ориентированы, в основном, вкрест простирания залежей и разделены между собой в подавляющем большинстве случаев целиками шириной $c = 20$ м (междукамерные) и $d = 25$ м (междупанельные). Проектный коэффициент извлечения $\chi = 1 - \lambda = 0,4$. Исходные параметры для расчета сведены в таблицу 3.1.

Таблица 3.1

Исходные параметры для расчета

a, м	b, м	h, м	h _{ет} , м	λ	E1, ГПа	E2, ГПа	ν_1	ν_2	σ_x^0 , МПа	σ_y^0 , МПа	γ_H , МПа
750	500	70	60	0,6	77	67	0,27	0,24	11,4	10,2	6,4

Результаты расчета показали следующее.

Величина прогибов w находится в первом десятке миллиметров (как и результаты натурных измерений, приведенные в главе 4), картина их распределения имеет специфическую «мульдообразную» форму со смещением максимальных значений к краям потолочины, причем эти значения на 12% больше значений в центре (рис. 3.1).

Очевидно, что аналогичную форму, но большую практическую ценность с точки зрения ведения горных работ имеет распределение вертикальной нагрузки $\sigma_v = kw$ на поддерживающие целики (отпор упругого основания), пред-

ставленное на рис. 3.2. Таким же (но в другом масштабе) будет распределение вертикальных напряжений в целиках, которые равны $\frac{kw}{\lambda}$.

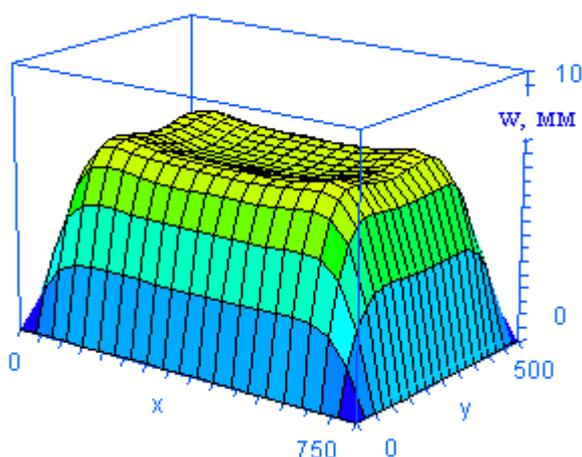


Рис. 3.1. Распределение оседаний w потолочины

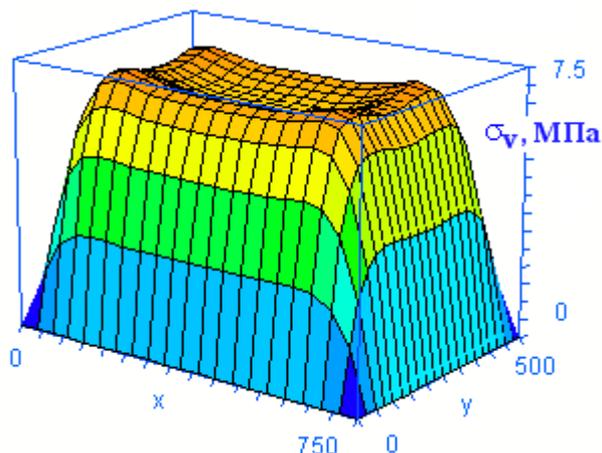


Рис. 3.2. Распределение вертикальной нагрузки σ_v на поддерживающие целики

Эпюры вертикальной нагрузки по некоторым профилям (при $x = \text{const}$ или $y = \text{const}$) показаны в безразмерном виде на рис. 3.3 – 3.4. Они имеют седлообразную форму (выраженную в той или иной степени) с двумя максимумами, которые сдвинуты к флангам шахтного поля. В центре шахтного поля – область полной подработки, где нагрузка на целики равна γH .



Рис. 3.3. Эпюра вертикальной нагрузки по длинной оси шахтного поля: 1 – по центру (при $y = 250$ м); 2 – по максимальным значениям (при $y = 125$ м)

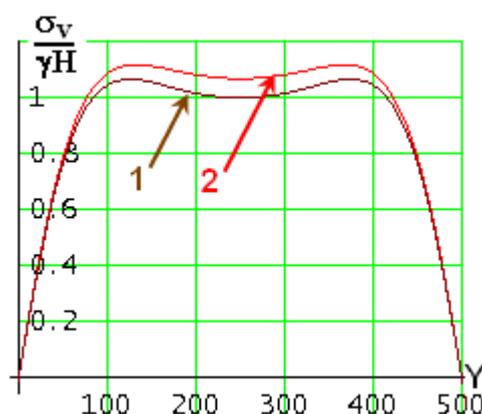


Рис. 3.4. Эпюра вертикальной нагрузки по короткой оси шахтного поля: 1 – по центру (при $x = 375$ м); 2 – по максимальным значениям (при $x = 150$ м)

Распределения суммарных горизонтальных σ_x , σ_y , τ_{xy} и вертикальных ка-

сательных τ_{xz} , τ_{yz} напряжений имеют вид, показанный на рис. 3.5 – 3.9.

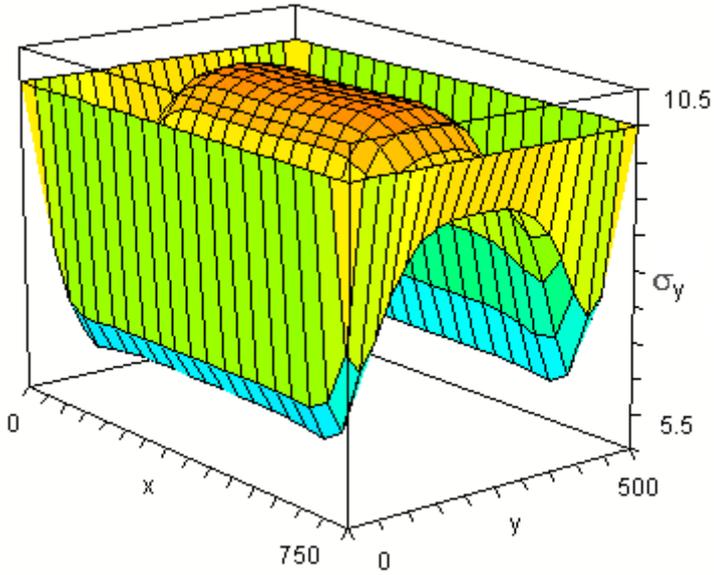


Рис. 3.5. Распределение суммарных горизонтальных напряжений σ_y

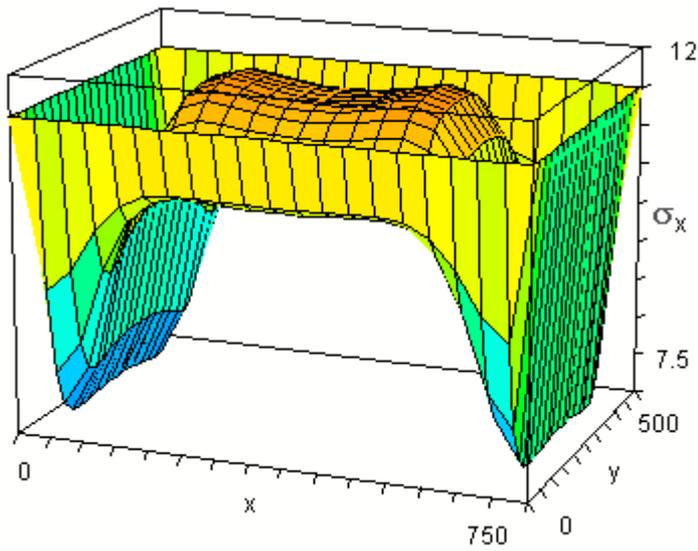


Рис. 3.6. Распределение суммарных горизонтальных напряжений σ_x

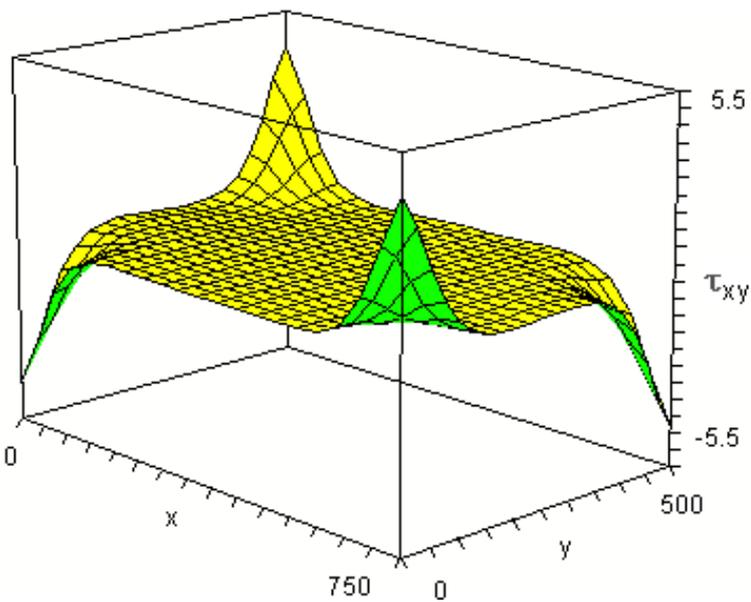


Рис. 3.7. Распределение суммарных горизонтальных напряжений σ_{xy}

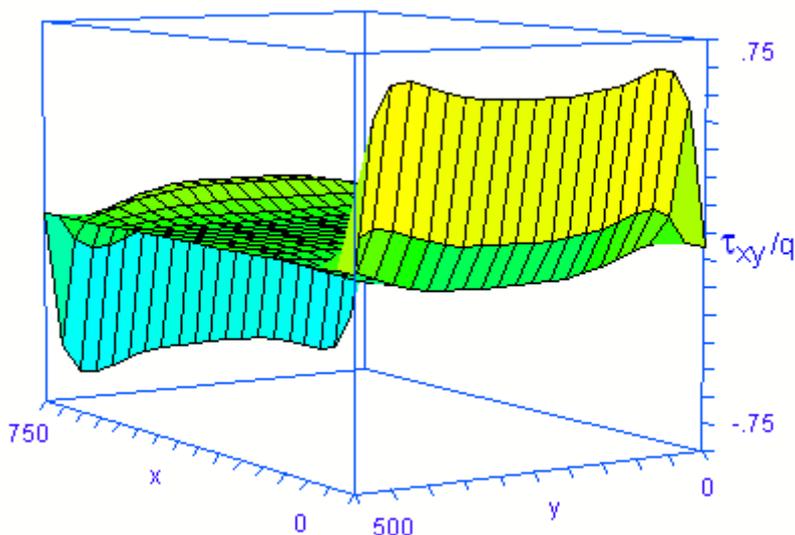


Рис. 3.8. Распределение вертикальных касательных напряжений τ_{xz}

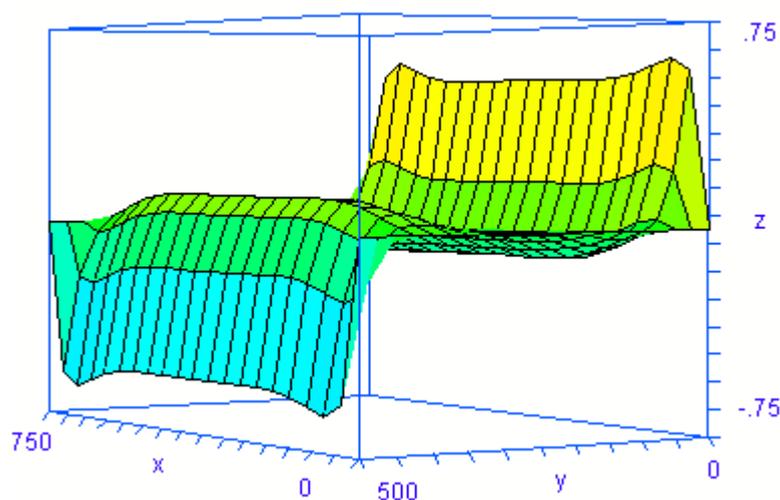


Рис. 3.9. Распределение вертикальных касательных напряжений τ_{yz}

Величина суммарных σ_x и σ_y горизонтальных напряжений в потолочине составляет 7–12 МПа, они являются сжимающими, не превышают пределов прочности рудного массива железистых кварцитов. Величина горизонтальных τ_{xy} и вертикальных τ_{xz} , τ_{yz} касательных напряжений незначительна.

Следовательно, можно констатировать совпадение полученных результатов с результатами предыдущих исследований (гл. 1) о том, что потолочина и целики имеет достаточно большой запас прочности. В таком случае правомочно ставить задачу изыскания резервов системы разработки и поиска более рациональных геометрических параметров конструктивных элементов, обеспечивающих более эффективное извлечение камерных запасов,

предварительно выполнив анализ степени влияния факторов – параметров, входящих в модель, на НДС этих элементов.

3.2. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ДЕЙСТВУЮЩИХ ФАКТОРОВ

При анализе чувствительности математической модели (оценке степени влияния входящих параметров) учитываемые моделью факторы разделены на:

– природные факторы, к которым отнесены природное поле напряжений, анизотропия рудного массива и изменчивость по площади относительной мощности оставляемой предохранительной потолочины;

– технологические факторы, которыми мы фактически можем управлять при ведении горных работ. К ним относятся геометрические параметры системы разработки: размеры обрабатываемой залежи (шахтного поля), мощность оставляемой потолочины, высота обрабатываемого этажа, размеры очистных камер и оставляемых междукамерных целиков.

3.2.1. Анализ влияния природных факторов

3.2.1.1. Оценка влияния природного поля напряжений

В качестве исходного базового варианта для сравнения выбраны те же значения параметров (табл. 3.1).

Влияние вертикальной составляющей природного поля напряжений (интенсивности поперечной нагрузки γH на потолочину), естественно, нет необходимости изучать специально, поскольку она оказывает влияние только на абсолютные величины напряжений и деформаций, не меняя общую качественную картину напряженно-деформированного состояния потолочины.

Дополнительные вследствие прогиба горизонтальные напряжения имеют поверхность в форме, показанной на рис. 3.10. Наибольшее свое влияние они

оказывают на краях шахтного поля, способствуя возникновению растягивающих напряжений в кровле и нарушению ее прочности.

Анализ полученных результатов при изменении величины минимального горизонтального напряжения σ_y^0 показывает, что величина прогибов практически не зависит от величины горизонтальных природных напряжений σ_x^0 и σ_y^0 (разность прогибов при $\sigma_y^0 = 10$ МПа и $\sigma_y^0 = 0$ составляет порядка $5 \cdot 10^{-4}$ мм) и прямо пропорциональна вертикальной нагрузке $q = \gamma H$. Также практически не зависят от величины природных горизонтальных напряжений и *дополнительные*, вызванные прогибом потолочины, горизонтальные напряжения $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ (разность напряжений при $\sigma_y^0 = 10$ МПа и $\sigma_y^0 = 0$ составляет порядка долей МПа). Такая особенность решений объясняется тем, что в добавочный член в решении, определяющий влияние природных напряжений, входит множитель $\frac{\sigma_y^0}{E_2}$, величина которого в рассматриваемых условиях не более $1,5 \cdot 10^{-4}$ и потому его вклад пренебрежимо мал.

Для оценки точности даваемых прогнозов поведения конструкции следует также исследовать и оценить, насколько это возможно, влияние принимаемых упрощений.

В принятой расчетной схеме и последующих решениях предыдущего раздела горизонтальные напряжения σ_x^0 и σ_y^0 , действующие на потолочину, приводились к ее срединной плоскости, предполагая их постоянство по координате z . Вместе с тем природные горизонтальные напряжения с глубиной увеличиваются. Эта зависимость может быть записана в виде линейной

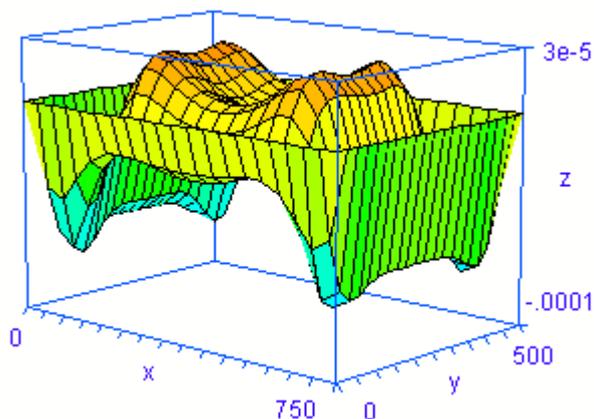


Рис. 3.10. Приращения горизонтальных напряжений $\Delta\sigma_x$ и $\Delta\sigma_y$ при изменении природного поля напряжений

$$\sigma(z) = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{h} z, \quad (3.1)$$

где σ_1 и σ_2 – горизонтальные напряжения на верхней и нижней плоскостях потолочины.

Тогда по границам потолочины дополнительно возникают изгибающие моменты, равные

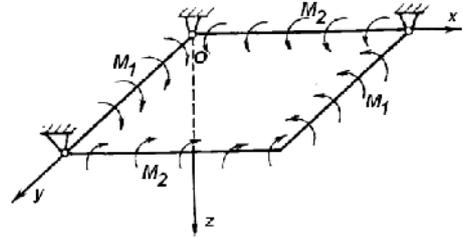


Рис.3.11. К определению дополнительных напряжений

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(z) z dz = \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{h} z \right) z dz = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) h^2}{12} = \text{grad} \sigma \cdot \frac{h^3}{12}, \quad (3.2)$$

где вертикальный градиент напряжений равен $\text{grad} \sigma = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\sigma(z + \Delta z) - \sigma(z)}{\Delta z}$.

Если выражение для прогиба w от изгибающих моментов M_1 и M_2 по осям x и y искать в виде полинома второй степени

$$w = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + C_1x + C_2y + C_3. \quad (3.3)$$

то из граничных условий

$$M_x = M_1 \quad \text{при } x = 0, a \quad (3.4)$$

$$M_y = M_2 \quad \text{при } y = 0, b, \quad (3.5)$$

используя уравнения для приведенных погонных моментов

$$M_x = - \left(D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (3.6)$$

$$M_y = - \left(D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (3.7)$$

$$H_{xy} = - \left(D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (3.8)$$

получим систему уравнений для определения A, B, C

$$-(2D_{11}A + 2D_{16}B + 2D_{12}C) = M_1 \quad (3.9)$$

$$-(2D_{12}A + 2D_{26}B + 2D_{22}C) = M_2 \quad (3.10)$$

$$-(D_{16}A + D_{66}B + D_{26}C) = 0, \quad (3.11)$$

Постоянные C_1, C_2, C_3 находятся из условий закрепления $w = 0$ при $x = 0, y = 0, x = a, y = 0, x = 0, y = b$, что дает

$$w = A(x^2 - ax) + Bxy + C(y^2 - by) \quad (3.12)$$

Изгибающие моменты, в итоге будут равными

$$M_x = -2D_{11} \frac{\Delta_1}{\Delta} - 2D_{16} \frac{\Delta_2}{\Delta} - 2D_{12} \frac{\Delta_3}{\Delta} \quad (3.13)$$

$$M_y = -2D_{12} \frac{\Delta_1}{\Delta} - 2D_{26} \frac{\Delta_2}{\Delta} - 2D_{22} \frac{\Delta_3}{\Delta} \quad (3.14)$$

$$H_{xy} = 0, \quad (3.15)$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} D_{11} & D_{16} & D_{12} \\ D_{12} & D_{26} & D_{22} \\ D_{16} & D_{66} & D_{26} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -0.5M_1 & D_{16} & D_{12} \\ -0.5M_2 & D_{26} & D_{22} \\ 0 & D_{66} & D_{26} \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} D_{11} & -0.5M_1 & D_{12} \\ D_{12} & -0.5M_2 & D_{22} \\ D_{16} & 0 & D_{26} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} D_{11} & D_{16} & -0.5M_1 \\ D_{12} & D_{26} & -0.5M_2 \\ D_{16} & D_{66} & 0 \end{vmatrix}.$$

Для ортотропной потолочины жесткости D_{16} и D_{26} равны нулю и выражения упрощаются

$$M_x = -2D_{11} \frac{\Delta_1}{\Delta} - 2D_{12} \frac{\Delta_3}{\Delta} \quad (3.16)$$

$$M_y = -2D_{12} \frac{\Delta_1}{\Delta} - 2D_{22} \frac{\Delta_3}{\Delta} \quad (3.17)$$

$$H_{xy} = 0 \quad (3.18)$$

Окончательно, дополнительные горизонтальные напряжения в ортотропной потолочине, соответствующие изгибающим моментам, опуская очевидные промежуточные преобразования, могут быть записаны в виде

$$\Delta\sigma_{x1} = \text{grad}\sigma_x \cdot \frac{h}{2}, \quad \Delta\sigma_{y1} = \text{grad}\sigma_y \cdot \frac{h}{2}. \quad (3.19)$$

Таким образом, суммарные горизонтальные напряжения равны

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \text{grad}\sigma_x \cdot \frac{h}{2} + \Delta\sigma_x = \sigma_x^z + \Delta\sigma_x, \quad (3.20)$$

$$\sigma_y = \sigma_y^0 + \text{grad}\sigma_y \cdot \frac{h}{2} + \Delta\sigma_y = \sigma_y^z + \Delta\sigma_y, \quad (3.21)$$

где σ_x^z и σ_y^z – горизонтальные природные напряжения при $z = \pm \frac{h}{2}$.

При этом $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ пропорциональны γH и не зависят от σ_x^0 , σ_y^0 .

3.2.1.2. Оценка влияния анизотропии свойств рудного массива

Ранее, во второй главе, уже указывалось о влиянии анизотропии на коэффициент постели основания и предпочтительности расположения длинной оси целиков вкrest напластования пород.

При оценке влияния анизотропии на напряженно-деформированное состояние предохранительной потолочины принято во внимание, что от коэффициента анизотропии p зависит много параметров, входящих в решения (2.12)–(2.13), (2.19)–(2.23). Поэтому расчетные формулы предварительно выражены через этот показатель с учетом соотношений:

$$\frac{D_1}{D_2} = p, \quad \frac{D_3}{D_2} = \frac{2 + (1+p)v_2}{1 + \frac{1}{p} + 2v_2} = p \frac{2 + (1+p)v_2}{1 + p(1 + 2v_2)}, \quad (3.22)$$

$$\frac{D_k}{D_2} = \frac{p(1 - pv_2^2)}{1 + p(1 + 2v_2)}, \quad \frac{kb^4}{\pi^4 D_2} = \frac{12vpb^4\lambda}{\pi^4 h_{et} h^3}, \quad (3.23)$$

где $p = \frac{E_1}{E_2}$, $v = \frac{E_{et}}{E_2}$.

В результате расчетные соотношения принимают вид

$$w = \frac{192\gamma H(1 - pv_2^2)b^4}{\pi^6 E_2 h^3} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{C_{mn}}{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (3.24)$$

$$\frac{\sigma_v}{\gamma H} = \frac{192(1-pv_2^2)kb^4}{\pi^6 E_2 h^3} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{C_{mn}}{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.25)$$

$$\frac{\Delta\sigma_x}{\gamma H} = \frac{96b^2}{\pi^4 h^2} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} p \frac{C_{mn}}{mn} \left(\frac{m^2}{R^2} + v_2 n^2 \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (3.26)$$

$$\frac{\Delta\sigma_y}{\gamma H} = \frac{96b^2}{\pi^4 h^2} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{C_{mn}}{mn} \left(pv_2 \frac{m^2}{R^2} + n^2 \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (3.27)$$

$$\frac{\tau_{xy}}{\gamma H} = \frac{192p(1-pv_2^2)b^2}{\pi^4 R [1+p(1+2v_2)]h^2} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} C_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}, \quad (3.28)$$

$$\frac{\tau_{xz}}{\gamma H} = \frac{24b}{\pi^3 R h} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{C_{mn}}{n} p \left(\frac{m^2}{R^2} + \frac{2+(1+p)v_2}{1+p(1+2v_2)} n^2 \right) \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.29)$$

$$\frac{\tau_{yz}}{\gamma H} = \frac{24b}{\pi^3 h} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{C_{mn}}{m} \left(p \frac{2+(1+p)v_2}{1+p(1+2v_2)} \frac{m^2}{R^2} + n^2 \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (3.30)$$

где

$$C_{mn} = \frac{1}{p \frac{m^4}{R^4} + 2p \frac{2+(1+p)v_2}{1+p(1+2v_2)} \frac{m^2 n^2}{R^2} + n^4 + \frac{12\sigma_y^0 (1-pv_2^2) b^2}{\pi^2 E_2 h^2} \left(\gamma \frac{m^2}{R^2} + n^2 \right) + \frac{12vp(1-pv_2^2)\lambda b^4}{\pi^4 (1-p_3 v_2^2) h_{ct} h^3}$$

Для оценки влияния анизотропии на напряженное состояние потолочины выполнены варианты расчеты при изменении коэффициента p анизотропии. Сравнение с вариантом $p = 1$ (случай изотропии) показывает, что прогибы w , как и вертикальные нагрузки σ_v на целики, практически не зависят от коэффициента анизотропии (даже при $p = 10$ разность вертикальных нагрузок составляет $1,2 \cdot 10^{-3} \gamma H$). Для горизонтальных напряжений σ_x , σ_y различие более существенно. Тем не менее, хотя, например, для $p \geq 2$ разность значений превышает $0,09 \gamma H$ (т.е. для ненулевых значений относительная разность превосходит 10%), то для $p = 1,2$ ее наибольшее значение составляет $0,02 \gamma H$ (рис. 3.12), т.е. относительная разность не превосходит 3%. Следует также отметить, что деформа-

ционная анизотропия оказывает наибольшее влияние в непосредственной близости от границ шахтного поля.

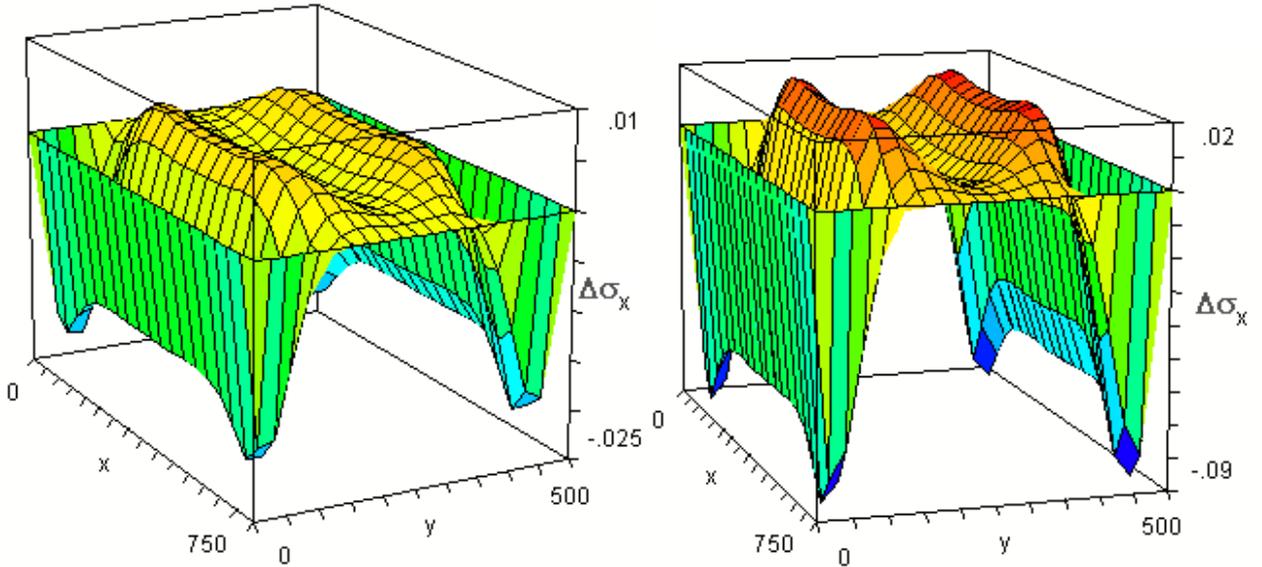


Рис. 3.12. Приращение дополнительных напряжений при изменении коэффициента анизотропии от $p = 1$ до: а) $p = 1,2$; б) $p = 2$.

Зависимость максимальных безразмерных приращений горизонтальных напряжений $\Delta\sigma_x$ и $\Delta\sigma_y$ от коэффициента анизотропии представлена на рис. 3.13, из которого следует, что влияние более 10% будет иметь место для массивов пород с коэффициентом анизотропии менее 0,7 или более 1,5.

В частности, для железистых кварцитов Коробковского месторождения с коэффициентом p анизотропии от 0,86 до 1,16 это влияние не превосходит 3–5% и, следовательно, может не учитываться.

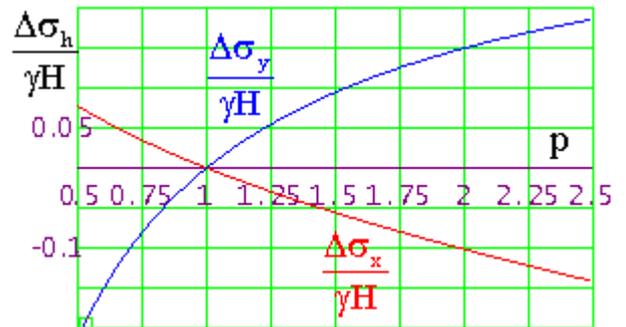


Рис. 3.13. Приращения горизонтальных напряжений $\Delta\sigma_x$ и $\Delta\sigma_y$ при изменении коэффициента анизотропии

3.2.1.3. Оценка влияния переменной мощности потолочины

В реальных горно-геологических условиях мощность потолочины практически всегда не остается постоянной, а изменяется в некоторой зависимости

от ее плановых координат x и y . В связи с этим, представляется целесообразным оценить влияние изменения жесткости потолочины на ее НДС. Будем предполагать, что толщина $h(x,y)$ изотропной потолочины изменяется постепенно, без резких скачков, так что выражения для изгибающих M_x , M_y и крутящего M_{xy} моментов остаются применимыми с достаточной точностью и в этом случае.

Тогда подставляя (2.14), (2.15) в дифференциальное уравнение равновесия

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = \gamma H - h \left(\sigma_x^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \tau_{xy}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \sigma_y^0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.31)$$

и учитывая, что жесткость потолочины является функцией x и y , получим, что уравнение изгиба вместо (2.2) или (2.3) примет вид

$$\begin{aligned} D \nabla^4 w + \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) + \\ + 2 \frac{\partial D}{\partial y} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right) + (1-\nu) \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + (1-\nu) \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + \\ + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + kw = \gamma H - h \left(\sigma_x^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \tau_{xy}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \sigma_y^0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Граничные условия остаются прежними.

Добавочные, в сравнении с уравнениями (2.2)–(2.3), члены в левой части уравнения (3.32) можно интерпретировать как проявление воздействия некоторых добавочных сил, аналогично действию природных напряжений, учитываемых выражениями в правой части уравнения. Однако точная оценка их влияния в этом случае чрезвычайно затруднительна вследствие значительных математических трудностей решения уравнения (3.32). Поэтому рассмотрим более простую схему цилиндрического изгиба изотропной потолочины при отсутствии природных напряжений, когда уравнение (3.32) принимает вид

$$D \frac{d^4 w}{dy^4} + \frac{d^2 D}{dy^2} \frac{d^2 w}{dy^2} + 2 \frac{dD}{dy} \frac{d^3 w}{dy^3} + kw = \gamma H, \quad (3.33)$$

и рассмотрим простейший случай линейного увеличения мощности потолочины от ее минимального значения h_0 на левом конце (при $y = 0$) с некоторым постоянным углом θ наклона ее кровли (рис. 3.14), т.е.

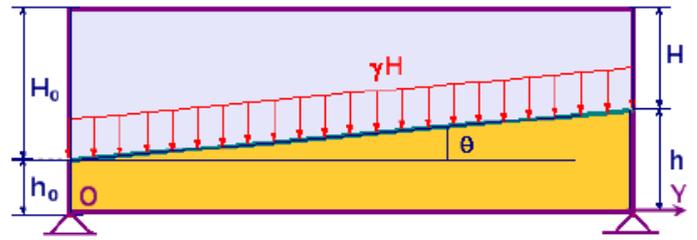


Рис. 3.14. Расчетная схема при переменной мощности потолочины

при изменении мощности потолочины h по закону

$$h = h_0 + y \operatorname{tg} \theta = h_0 \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \theta}{h_0} y \right) = h_0 (1 + \delta y), \quad (3.34)$$

В случае, когда земная поверхность горизонтальна, вертикальная нагрузка на потолочину будет переменной, меняющейся по закону

$$\gamma H = \gamma H_0 \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \theta}{H_0} y \right) = \gamma H_0 \left(1 - \frac{h_0 \operatorname{tg} \theta}{H_0 h_0} y \right) = \gamma H_0 \left(1 - \frac{h_0}{H_0} \delta y \right), \quad (3.35)$$

При каком-то другом рельефе земной поверхности нагрузка, естественно, будет изменяться по какому-то другому закону, который должен быть задан.

Уравнение изгиба в таком случае будет обыкновенным дифференциальным уравнением четвертого порядка с переменными коэффициентами

$$D_0 (1 + \delta y)^3 \frac{d^4 w}{dy^4} + 6D_0 \delta (1 + \delta y)^2 \frac{d^3 w}{dy^3} + 6D_0 \delta^2 (1 + \delta y) \frac{d^2 w}{dy^2} + kw = \gamma H_0 \left(1 - \frac{h_0}{H_0} \delta y \right), \quad (3.36)$$

которое имеет только численное решение.

Для получения численного решения непосредственно для безразмерной вертикальной нагрузки $\bar{\sigma}_v = \frac{\sigma_v}{\gamma H}$ на поддерживающие целики уравнение (3.36)

заменой переменных $y \rightarrow z = \alpha_0 y$, $w \rightarrow \bar{\sigma}_v = \frac{kw}{\gamma H}$ преобразовано к безразмерному виду

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \theta}{\alpha_0 h_0} z \right)^3 \frac{d^4 \bar{\sigma}_v}{dz^4} + 6 \frac{\operatorname{tg} \theta}{\alpha_0 h_0} \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \theta}{\alpha_0 h_0} z \right)^2 \frac{d^3 \bar{\sigma}_v}{dz^3} + \\ & + 6 \left(\frac{\operatorname{tg} \theta}{\alpha_0 h_0} \right)^2 \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \theta}{\alpha_0 h_0} z \right) \frac{d^2 \bar{\sigma}_v}{dz^2} + 4 \bar{\sigma}_v = 4 \left(1 - \frac{h_0 \operatorname{tg} \theta}{H_0 \alpha_0 h_0} z \right) \end{aligned} \quad (3.37)$$

с граничными условиями

$$\bar{\sigma}_v(0) = \bar{\sigma}_v(2\beta_0) = 0, \quad \left. \frac{d^2\bar{\sigma}_v}{dz^2} \right|_{z=0} = \left. \frac{d^2\bar{\sigma}_v}{dz^2} \right|_{z=2\beta_0} = 0, \quad (3.38)$$

где $\alpha_0 = \sqrt[4]{\frac{k}{4D_0}}$, $\beta_0 = \frac{\alpha_0 b}{2}$.

При этом, с учетом соотношения (2.48), безразмерные горизонтальные напряжения $\bar{\sigma}_h$ в потолочине выражены через $\bar{\sigma}_v$

$$\bar{\sigma}_h = \frac{\sigma_h}{\gamma H} = \frac{3}{2(\alpha_0 h_0)^2} \left(1 + \frac{\text{tg}\theta}{\alpha_0 h_0} z \right) \cdot \frac{d^2\bar{\sigma}_v}{dz^2} \quad (3.39)$$

В качестве примера рассмотрены следующие варианты:

1. Потолочина имеет постоянную мощность h_0 .
2. Кровля потолочины имеет некоторый уклон ($\text{tg}\theta = 0,1$ $\theta \approx 5,7^\circ$), вертикальная нагрузка на потолочину γH постоянна по ее длине.

3. Кровля потолочины имеет тот же уклон ($\text{tg}\theta = 0,1$ $\theta \approx 5,7^\circ$), но вертикальная нагрузка на потолочину γH изменяется по закону (3.35) с отношением

мощностей налегающей толщи H_0 к мощности потолочины h_0 равным $\frac{H_0}{h_0} = 2,5$.

Полученные решения при единичной безразмерной мощности $\alpha_0 h_0$ представлены в виде графиков на рис.3.15($\beta=1.5$), 3.16($\beta=6$).

Анализ полученных результатов показывает, что вертикальная (за счет изгиба потолочины) нагрузка на целики при нарастающей мощности потолочины

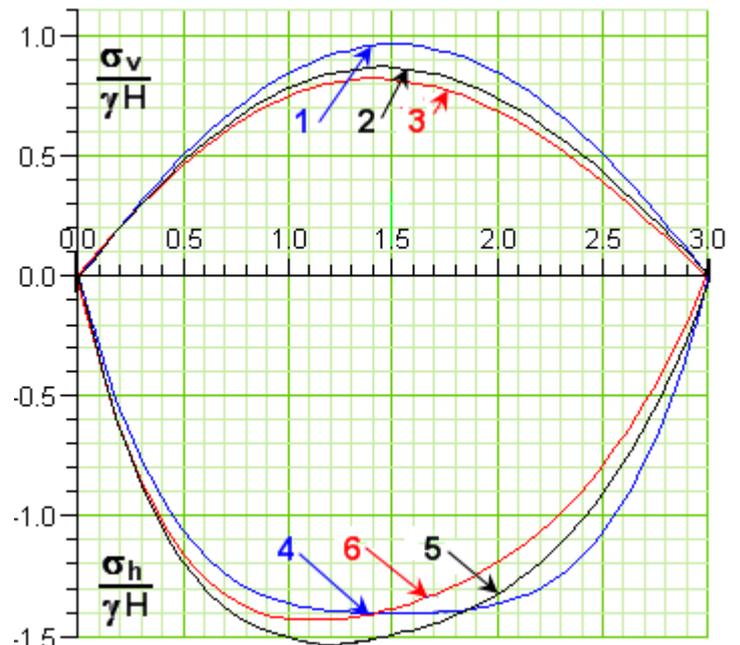


Рис. 3.15. Эпюры: 1, 2, 3 – вертикальной нагрузки σ_v на поддерживающие целики; 4, 5, 6 – горизонтальных напряжений σ_h в потолочине для 1, 2, 3 вариантов соответственно

несколько снижается (хотя и незначительно), причем для суммарной нагрузки на целики это снижение компенсируется дополнительной пригрузкой от собственного веса самой потолочины. При этом величина максимальных растягивающих горизонтальных напряжений в потолочине остается практически той же. По

мере увеличения размеров шахтного поля напряжения концентрируются на левой, более

тонкой, части потолочины, разгружаясь в той или иной степени в ее более мощной правой части. Точка максимальной вертикальной нагрузки также сдвигается влево.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать практический вывод о том, что если потолочина имеет переменную, линейно увеличивающуюся мощность, то расчет ее прочности допустимо проводить, принимая мощность постоянной, равной значению минимальной мощности.

3.2.2. Анализ влияния технологических факторов

При анализе влияния технологических факторов (размеров обрабатываемой залежи (шахтного поля), мощности оставляемой потолочины, высоты обрабатываемого этажа, размеров очистных камер и оставляемых междукамерных целиков) использованы результаты исследований предыдущего раздела о том, влиянием каких из природных факторов можно пренебречь без ограничения общности получаемых результатов и выводов.

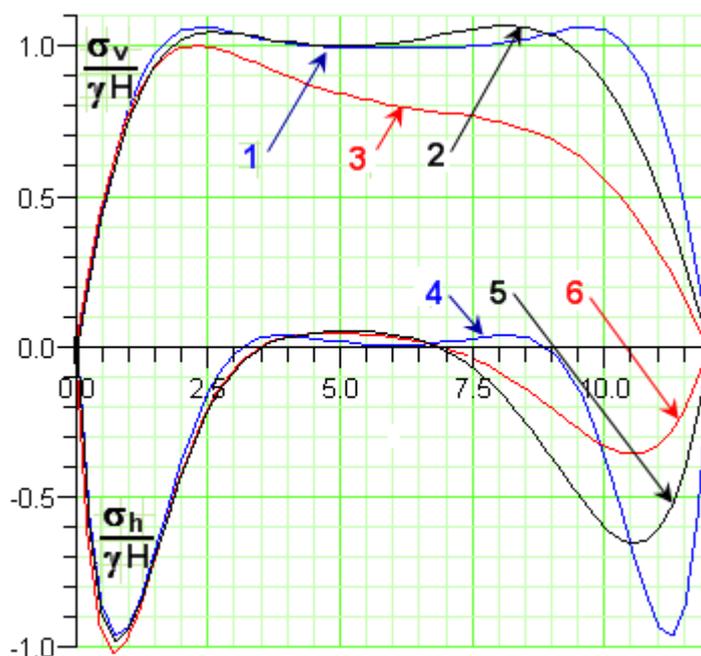


Рис. 3.16. Эпюры: 1, 2, 3 – вертикальной нагрузки σ_v на поддерживающие целики; 4, 5, 6 – горизонтальных напряжений σ_h в потолочине для 1, 2, 3 вариантов соответственно

3.2.2.1. Случай пространственного изгиба потолочины

Для удобства последующего анализа соотношения (2.13), (2.19), (2.20) предварительно преобразованы к следующему безразмерному виду

$$\frac{\sigma_v}{\gamma H} = \frac{1024\beta^4}{\pi^6} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{2R\beta} \sin \frac{n\pi y}{2\beta}}{mn \left[\frac{m^4}{R^4} + 2 \frac{m^2 n^2}{R^2} + n^4 + \frac{64\beta^4}{\pi^4} \right]} \quad (3.40)$$

$$\frac{\Delta\sigma_x}{\gamma H} = \frac{384\beta^2}{\pi^4 (\alpha h)^2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{\left(\frac{m^2}{R^2} + vn^2 \right) \sin \frac{m\pi x}{2R\beta} \sin \frac{n\pi y}{2\beta}}{mn \left[\frac{m^4}{R^4} + 2 \frac{m^2 n^2}{R^2} + n^4 + \frac{64\beta^4}{\pi^4} \right]} \quad (3.41)$$

$$\frac{\Delta\sigma_y}{\gamma H} = \frac{384\beta^2}{\pi^4 (\alpha h)^2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{\left(v \frac{m^2}{R^2} + n^2 \right) \sin \frac{m\pi x}{2R\beta} \sin \frac{n\pi y}{2\beta}}{mn \left[\frac{m^4}{R^4} + 2 \frac{m^2 n^2}{R^2} + n^4 + \frac{64\beta^4}{\pi^4} \right]} \quad (3.42)$$

Искомые напряжения (3.36)–(3.38) в потолочине зависят от безразмерного параметра – полупролета β , параметра формы потолочины $R = \frac{a}{b}$ и обратно пропорциональны квадрату безразмерной мощности потолочины αh . Причем параметр β комплексно учитывает влияние мощности h оставляемой потолочины, высоты h_{et} обрабатываемого этажа, размеров a_k, b_k очистных камер и размеров c, d оставляемых междукамерных целиков в соответствии с его выражением

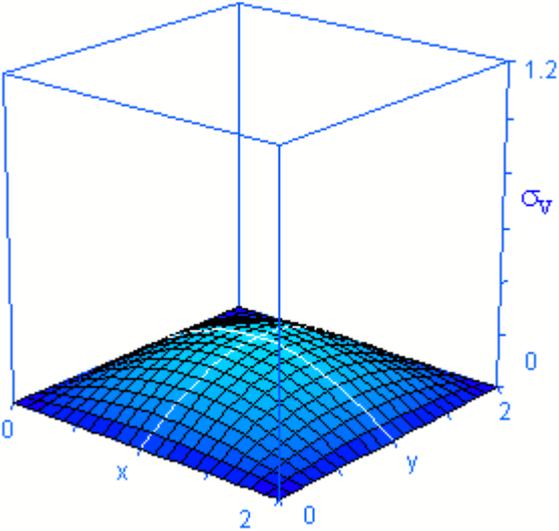
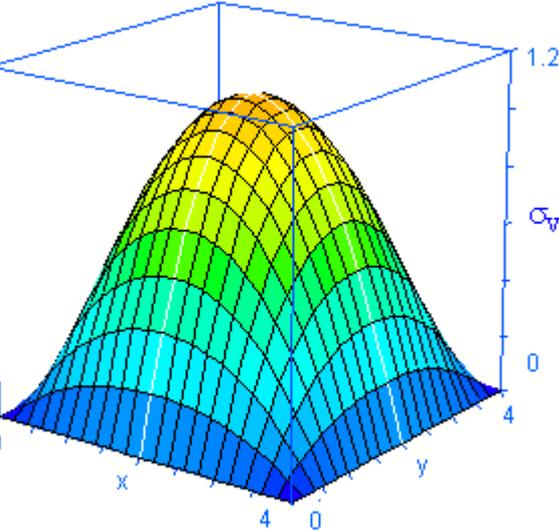
$$\beta = \frac{b}{2h} \sqrt[4]{\frac{3E_{et} h (1 - \chi)}{E h_{et}}} = \frac{b}{2h} \sqrt[4]{\frac{3E_{et} h}{E h_{et}} \left(1 - \frac{a_k b_k}{(a_k + d)(b_k + c)} \right)} \quad (3.43)$$

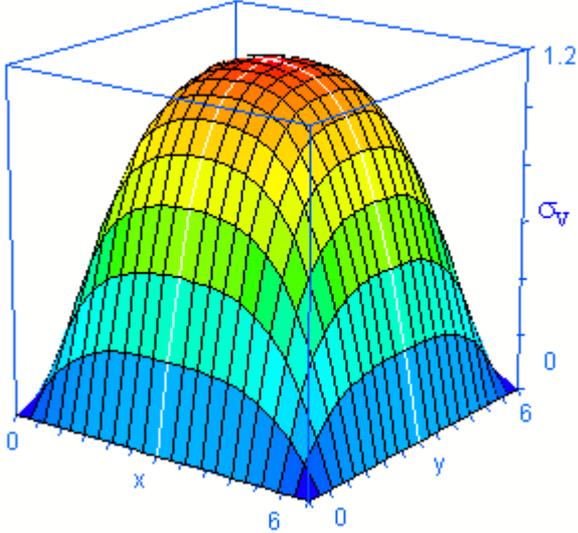
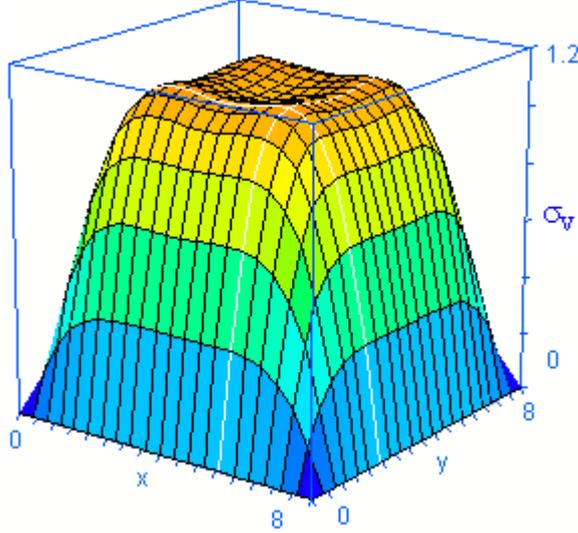
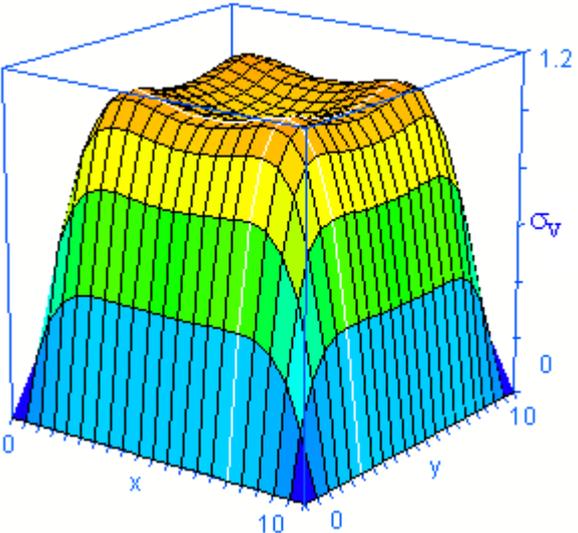
Расчеты распределения вертикальных нагрузок на целики и горизонтальных напряжений в потолочине проведены при изменении величины полупролета β для различных R и единичной безразмерной мощности αh . Полученные результаты для квадратного и прямоугольного ($R = 2$) шахтного поля представ-

лены в таблицах 3.2–3.5. Там же приведены числовые значения характерных точек распределения:

Таблица 3.2

Развитие вертикальной нагрузки на целики при увеличении размеров квадратного в плане шахтного поля ($R = 1$)

Величина полупролета β	Картина распределения нагрузки	Нагрузка	
		В центре	Максимальная в точке (x,y)
1		0,22	0,22
2		1,08	1,08

Величина полупролета β	Картина распределения нагрузки	Нагрузка	
		В центре	Максимальная в точке (x,y)
3		1,19	1,19
4		1,05	1,11 при $x = 5,6, y = 2,4$
5		1,00	1,12 при $x = 7,5, y = 2,5$

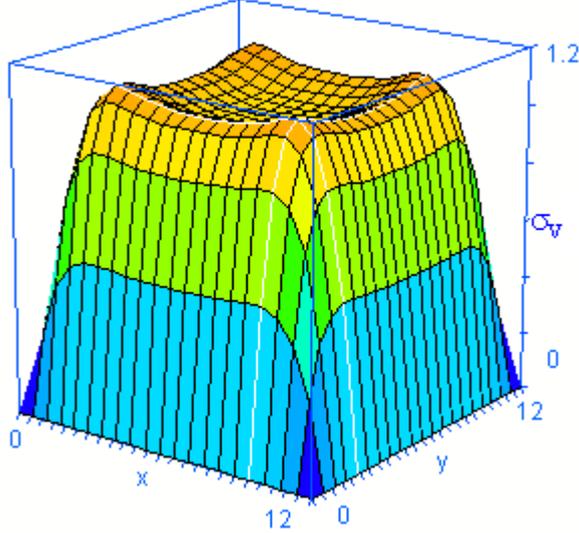
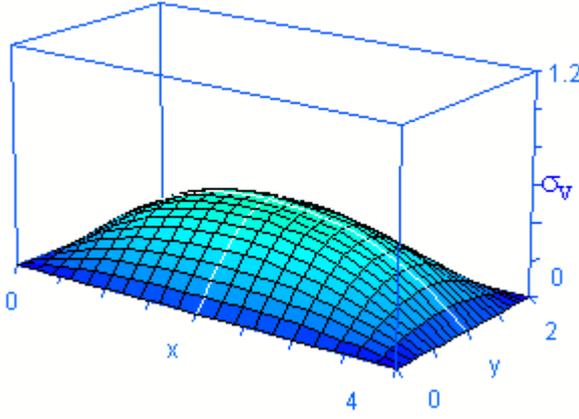
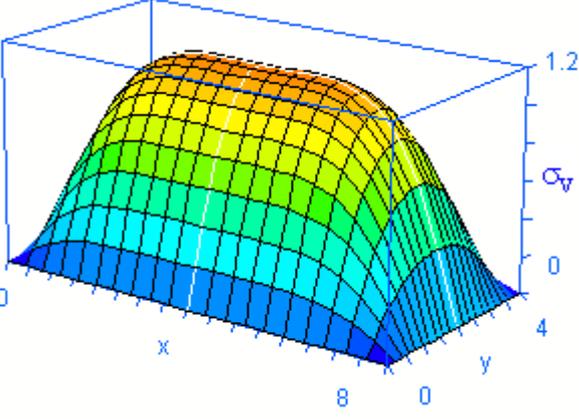
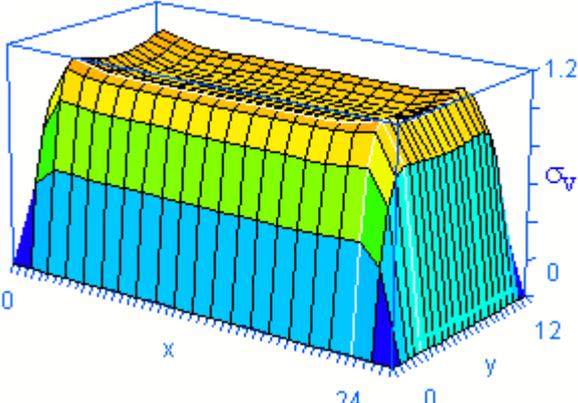
Величина полупролета β	Картина распределения нагрузки	Нагрузка	
		В центре	Максимальная в точке (x,y)
6		0,99	1,12 при x = 9,6, y = 2,4

Таблица 3.3

Развитие вертикальной нагрузки на целики при увеличении размеров прямоугольного в плане шахтного поля ($R=2$)

Величина полупролета β	Картина распределения нагрузки	Нагрузка	
		В центре	Максимальная в точке (x,y)
1		0,45	0,45
2		1.14	1.14

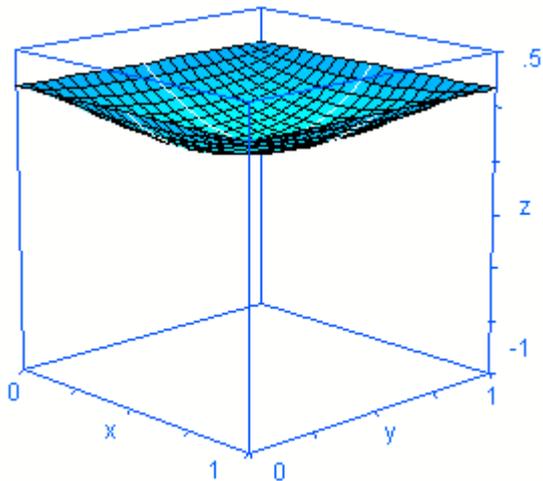
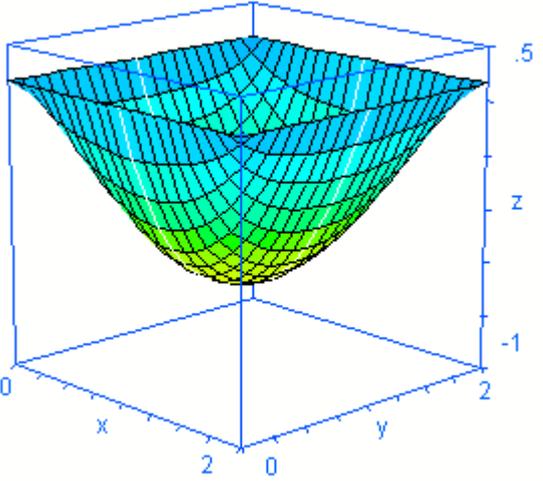
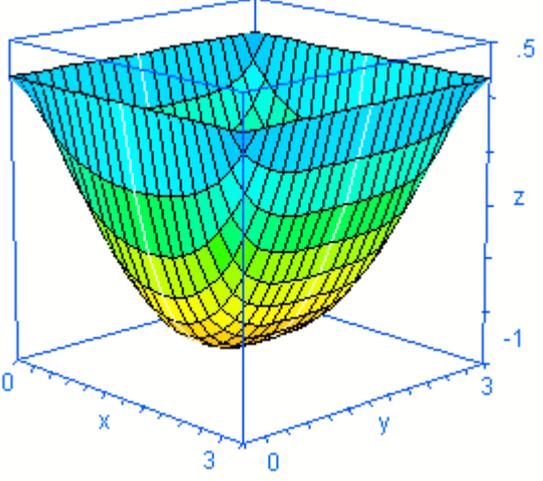
Величина полупролета β	Картина распределения нагрузки	Нагрузка	
		В центре	Максимальная в точке (x,y)
3		1.10	1,15 при $x = 9,6, y = 3$
4		1,02	1,12 при $x = 13,6, y = 2,4$
5		1,00	1,11 при $x = 17, y = 2,5$

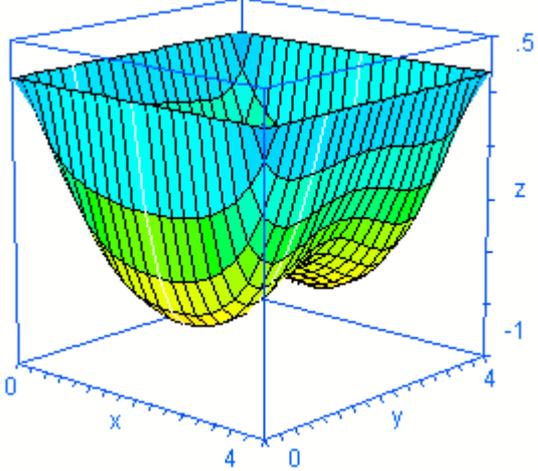
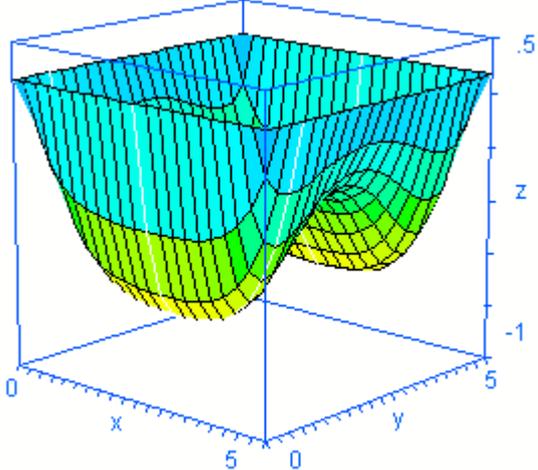
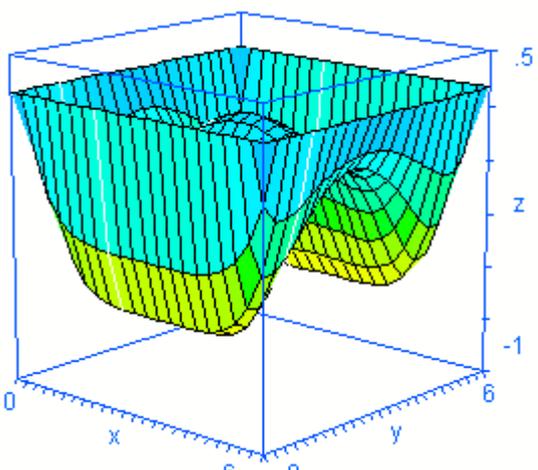
Величина полупролета β	Картина распределения нагрузки	Нагрузка	
		В центре	Максимальная в точке (x,y)
6		1,00	1,17 при $x = 21,6, y = 2,4$

Полученные результаты распределения и величин вертикальных нагрузок на поддерживающие ее целики показывают качественное изменение формы и переход от обычной куполообразной к специфической мульдообразной форме распределения со смещением максимальных значений к краям шахтного поля.

Аналогичные закономерности изменений наблюдаются для горизонтальных напряжений. Также происходит постепенное качественное изменение формы распределения, а в центре потолочины происходит смена знака напряжений, когда растягивающие горизонтальные напряжения становятся сжимающими. При этом растягивающие напряжения также сдвигаются к флангам шахтного поля (табл. 3.4–3.5) в противоположность случаю отсутствия упругого основания

Развитие горизонтальных напряжений в потолочине при увеличении размеров квадратного в плане шахтного поля ($R=1$)

Величина полупролета β	Картина распределения напряжений	Напряжения	
		В центре	Максимальные в точке (x,y)
0,5		-0,06	-0,06
1		-0,59	-0,59
1,5		-0,90	-0,90

Величина полупролета β	Картина распределения напряжений	Напряжения	
		В центре	Максимальные в точке (x,y)
2		-0,57	-0,73 при $x = 2, y = 1$
2,5		-0,10	-0,65 при $x = 2,5, y = 0,75$
3		+0,23	-0,53 при $x = 2,1, y = 1,2$

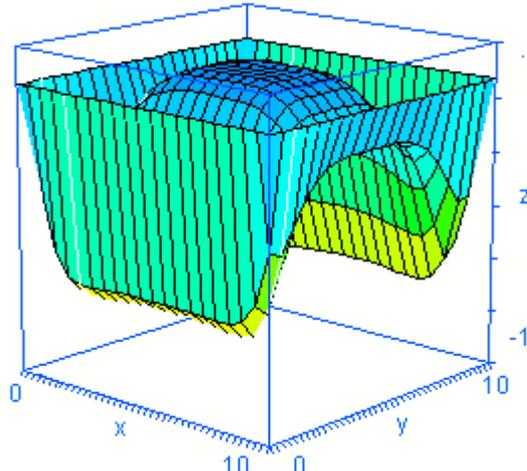
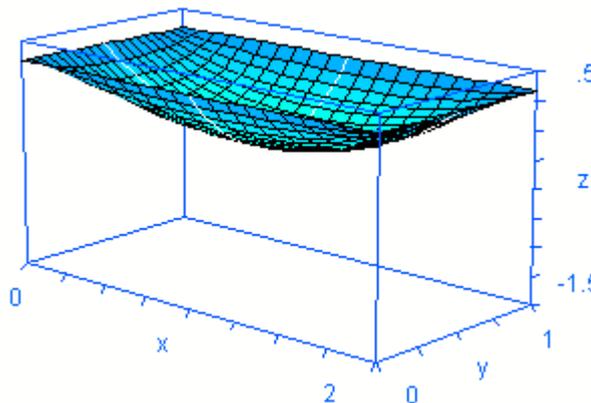
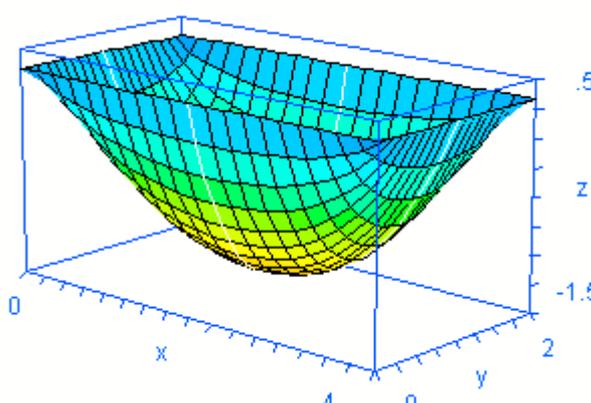
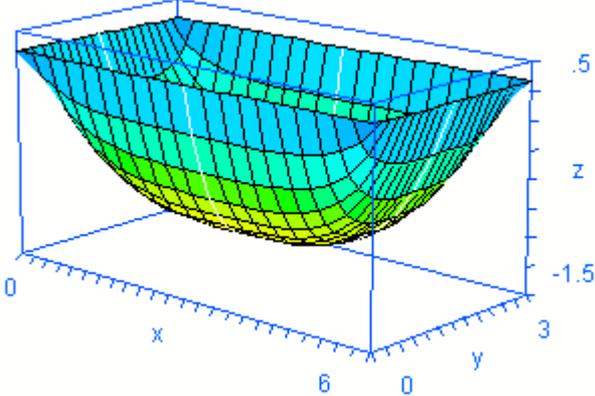
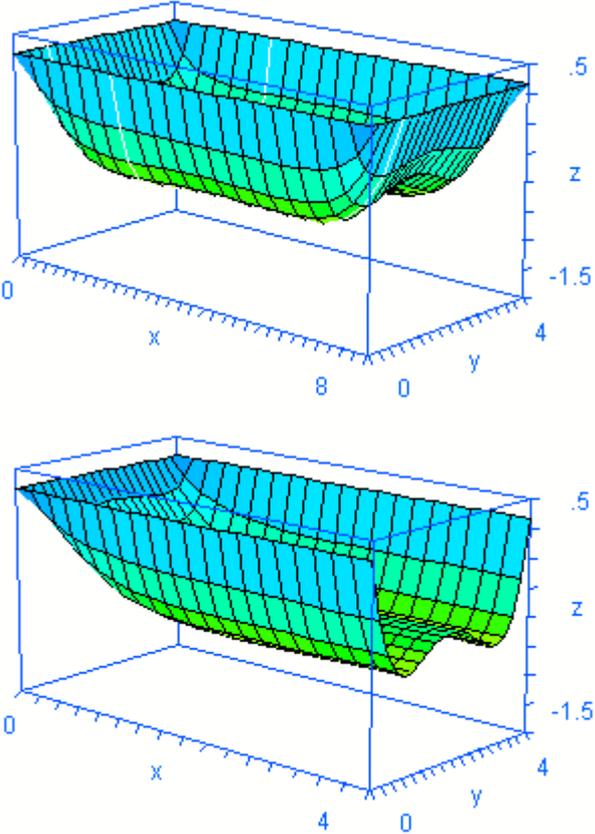
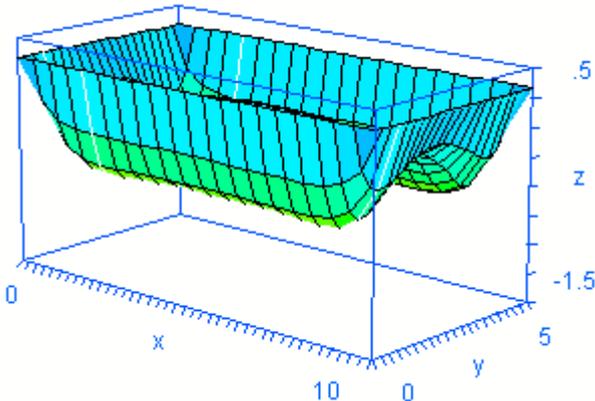
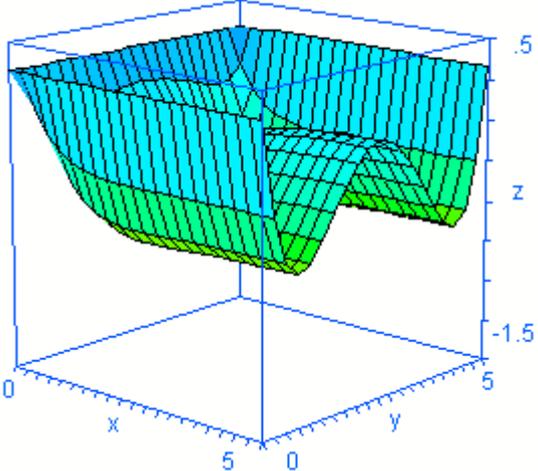
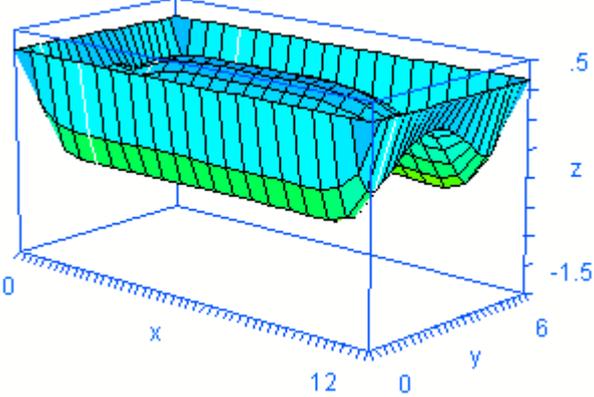
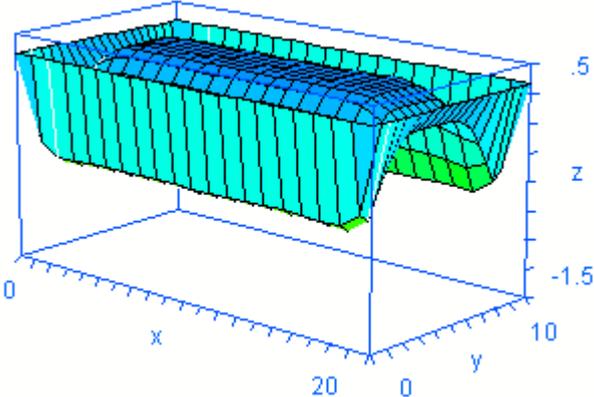
Величина полупролета β	Картина распределения напряжений	Напряжения	
		В центре	Максимальные в точке (x,y)
5		+0,38	-0,62 при x = 2, y = 1

Таблица 3.5

Развитие горизонтальных напряжений в потолочине при увеличении размеров прямоугольного в плане шахтного поля ($R = 2$)

Величина полупролета β	Картина распределения напряжений	Напряжения	
		В центре	Максимальные в точке (x,y)
0,5		-0,25	-0,25
1		-1,30	-1,30

Величина полупролета β	Картина распределения напряжений	Напряжения	
		В центре	Максимальные в точке (x,y)
1,5		-1,12	-1,12
2		-0,43	-0,68 при $x = 2,4, y = 0,8$
2,5		-0,05	-0,63 при $x = 2, y = 0,75$

Величина полупролета β	Картина распределения напряжений	Напряжения	
		В центре	Максимальные в точке (x,y)
			
3		+0,29	-0,66 при x = 2,4, y = 0,9
5		+0,37	-0,62 при x = 2, y = 1

3.2.2.2. Случай цилиндрического изгиба потолочины

Количественный анализ полученных решений и оценку влияния входящих параметров удобнее выполнить для более простого случая одномерной задачи – случая цилиндрического изгиба потолочины (основные закономерности

изменения НДС сохраняются и в этом случае)

При анализе особенностей картины изменения эпюр вертикальных нагрузок σ_v и горизонтальных напряжений σ_h с увеличением полупролета β (т.е. увеличении размеров шахтного поля) в первую очередь необходимо найти точки экстремума этих эпюр.

Для вертикальной нагрузки σ_v на поддерживающие целики условие экстремума $\frac{d\sigma_v}{dy} = 0$ дает

$$V_0(\beta)V_3(\alpha y) - V_2(\beta)V_1(\alpha y) = 0 \quad (3.44)$$

$$\frac{V_3(\alpha y)}{V_1(\alpha y)} = \frac{V_2(\beta)}{V_0(\beta)}, \quad (3.45)$$

$$\frac{\text{ch}(\alpha y)\sin(\alpha y) - \text{sh}(\alpha y)\cos(\alpha y)}{\text{ch}(\alpha y)\sin(\alpha y) + \text{sh}(\alpha y)\cos(\alpha y)} = \text{tg}\beta\text{th}\beta \quad (3.46)$$

При $\beta \leq \pi$ прогиб имеет максимум в середине пролета и он равен

$$w_{\max} = w(0) = \frac{\gamma H}{k} \left[1 - \frac{V_0(\beta)}{V_0^2(\beta) + 4\alpha^4 V_2^2(\beta)} \right] \quad (3.47)$$

При $\beta > \pi$ прогибы имеют симметричную седловидную форму с двумя максимальными значениями

$$w_{\max} > w(0) = \frac{\gamma H}{k} \left[1 - \frac{V_0(\beta)V_0(\alpha y) + 4\alpha^4 V_2(\beta)V_2(\alpha y)}{V_0^2(\beta) + 4\alpha^4 V_2^2(\beta)} \right] \quad (3.48)$$

Аналогично, для максимального момента M и горизонтальных напряжений σ_h условие экстремума имеет вид

$$V_0(\beta)V_1(\alpha y) + 4\alpha^4 V_2(\beta)V_3(\alpha y) = 0 \quad (3.49)$$

$$-\frac{V_1(\alpha y)}{4\alpha^4 V_3(\alpha y)} = \frac{V_2(\beta)}{V_0(\beta)}, \quad (3.50)$$

$$\frac{\text{sh}(\alpha y)\cos(\alpha y) + \text{ch}(\alpha y)\sin(\alpha y)}{\text{sh}(\alpha y)\cos(\alpha y) - \text{ch}(\alpha y)\sin(\alpha y)} = \text{tg}\beta\text{th}\beta \quad (3.51)$$

При $\beta \leq \frac{\pi}{2}$ изгибающий момент имеет минимум в середине пролета и он равен

$$M_{\min} = M(0) = \gamma H \frac{V_2(\beta)}{V_0^2(\beta) + 4\alpha^4 V_2^2(\beta)} \quad (3.52)$$

При $\beta > \frac{\pi}{2}$ моменты имеют симметричную седловидную форму с двумя минимальными значениями

$$M_{\min} < M(0) = -\gamma H \frac{V_0(\beta)V_2(\alpha y) - V_2(\beta)V_0(\alpha y)}{V_0^2(\beta) + 4\alpha^4 V_2^2(\beta)} \quad (3.53)$$

Таким образом, с увеличением полупролета β происходит образование двух точек экстремума сначала для эпюр изгибающих моментов (и, соответственно, горизонтальных напряжений), а затем аналогичным образом изменяется эпюра прогибов (вертикальных нагрузок на поддерживающие целики).

При этом, изгибающий момент в центре потолочины равен

$$M \Big|_{\alpha z=0} = \frac{\gamma H b^2}{8} \frac{4}{b^2 \alpha^2} \frac{2\alpha^2 V_2(\beta)}{V_0^2(\beta) + 4\alpha^4 V_2^2(\beta)} \quad (3.54)$$

или

$$M \Big|_{\alpha z=0} = \frac{\gamma H b^2}{8} \frac{2}{\beta^2} \frac{\text{sh}\beta \sin\beta}{\text{ch}2\beta + \cos 2\beta} \quad (3.55)$$

График изменения отношения изгибающих моментов в случае упругого основания M и без него – M_0 (рис. 3.17) показывает, что наличие упругого основания наиболее существенно при $0,5 \leq \beta \leq 1,5$. При $\beta = \pi$ изгибающие моменты и соответствующие им горизонтальные напряжения обращаются в нуль и далее

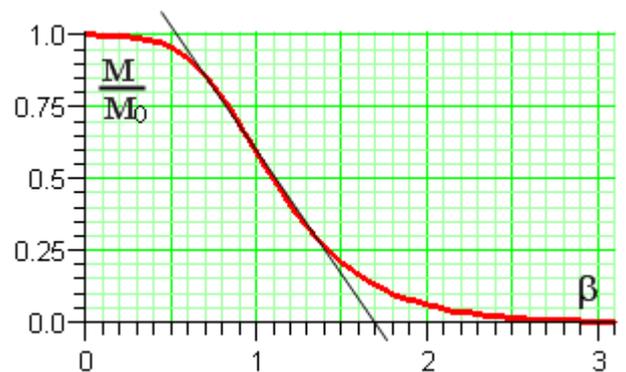


Рис. 3.17. Отношение изгибающих моментов в случае упругого основания и без него

меняют знак.

Более точный анализ особенностей полученных решений в аналитическом виде не представляется возможным, поскольку получающиеся уравнения – условия экстремумов являются трансцендентными и точных решений не имеют. Поэтому дальнейший анализ целесообразно провести с помощью графиков.

Для удобства построения графиков изменения вертикальных нагрузок на поддерживающие целики при увеличении размеров шахтного поля (увеличении β) выражения (2.51) преобразованы в зависимости от величины безразмерной координаты пролета $0 \leq \eta \leq 2\beta = \alpha b$ в замкнутой форме в виде

$$\frac{\sigma_v}{\gamma H} = 1 - \frac{2 \sin \beta \operatorname{sh} \beta}{\cos 2\beta + \operatorname{ch} 2\beta} \sin(\eta - \beta) \operatorname{sh}(\eta - \beta) - \frac{2 \cos \beta \operatorname{ch} \beta}{\cos 2\beta + \operatorname{ch} 2\beta} \cos(\eta - \beta) \operatorname{ch}(\eta - \beta) \quad (3.56)$$

или в рядах в виде

$$\frac{\sigma_v}{\gamma H} = \frac{256\beta^4}{\pi^5} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi\eta}{2\beta}\right)}{n\left(n^4 + \frac{64\beta^4}{\pi^4}\right)}. \quad (3.57)$$

Выполненные расчеты и построенные графики показывают, что по мере увеличения безразмерного пролета потолчины происходит последовательное качественное изменение картины распределения напряжений (рис. 3.18). Пока полупролет β остается меньше

$\beta_1 = \frac{3}{4}\pi$ эпюра отпора упру-

го основания с погрешностью, не превосходящей 6–7%, может быть аппроксимирована полуволной синусоиды



Рис. 3.18. Изменение нагрузки на поддерживающие целики при увеличении размеров шахтного поля

$$\frac{\sigma_v}{\gamma H} = \frac{4kb^4}{\pi^5 D \left(1 + \frac{kb^4}{\pi^4 D}\right)} \sin \frac{\pi y}{b} = \frac{4kb^4}{\pi(\pi^4 D + kb^4)} \sin \frac{\pi y}{b} = \frac{256\beta^4}{\pi(\pi^4 + 64\beta^4)} \sin \frac{\pi \alpha y}{2\beta} \quad (3.58)$$

Для нахождения максимальной нагрузки дополнительно построен график ее изменения при увеличении размеров шахтного поля (рис. 3.19)

Максимальное давление на поддерживающие целики, равное

$$\left(\frac{\sigma_v}{\gamma H}\right)_{\max} = 1 - \frac{Y_1(\beta)}{Y_1^2(\beta) + 4Y_3^2(\beta)} \approx 1.14 \quad (3.59)$$

достигается при величине безразмерного

полупролета равной $\beta_{\max} = \frac{3}{4}\pi$, т.е. на

расстоянии $L = \frac{b}{2} = \frac{3\pi}{4\alpha}$ от края потолочины.

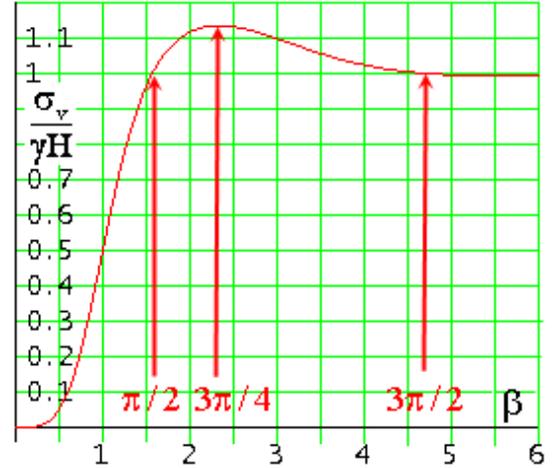


Рис. 3.19. Изменение максимальной нагрузки σ_v на целики при увеличении размеров шахтного поля

Затем происходит выполаживание эпюры опорных давлений, и, начиная с $\beta_2 = \pi$, эпюра приобретает седлообразную форму с двумя точками максимума. При этом местоположение этой точки остается практически неизменным, хотя и величина максимума незначительно снижается до 1,07.

С точки зрения ведения горных работ это означает, что наиболее напряженными будут целики на расстоянии L от фронта очистных работ, равном

$$L = \frac{3\pi h}{4} \sqrt[4]{\frac{Eh_{et}}{3(1-\chi)E_{et}h}} \quad (3.60)$$

Аналогично, для построения графиков горизонтальных напряжений в потолочине при увеличении размеров шахтного поля (увеличении β) эти зависимости были записаны в замкнутой форме в виде

$$\frac{\sigma_v}{\gamma H} = 1 - \frac{2 \sin \beta \operatorname{sh} \beta}{\cos 2\beta + \operatorname{ch} 2\beta} \sin(\xi - \beta) \operatorname{sh}(\xi - \beta) - \frac{2 \cos \beta \operatorname{ch} \beta}{\cos 2\beta + \operatorname{ch} 2\beta} \cos(\xi - \beta) \operatorname{ch}(\xi - \beta) \quad (3.61)$$

или в рядах в виде

$$\frac{\sigma_{\text{hor}}}{\gamma H} = \frac{96\beta^2}{\pi^3(\alpha h)^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{n \sin\left(\frac{n\pi\xi}{2\beta}\right)}{n^4 + \frac{64\beta^4}{\pi^4}} \quad (3.62)$$

Изменение горизонтальных напряжений в потолочине при развитии горных работ для случая отсутствия тектонических напряжений и ее безразмерной мощности $\alpha h = 1$ показано на рис. 3.20. Также наблюдается изменение картины распределения напряжений, причем в центре потолочины горизонтальные напряжения меняют знак и растягивающие горизонтальные напряжения становятся сжимающими. Седлообразная форма кривой с двумя максимумами образуется, начиная с полупролета $\beta = \frac{\pi}{2}$, причем наиболее опасные горизонтальные напряжения достигаются на расстоянии $L = \frac{\pi}{4\alpha}$ от фронта ведения горных работ. Величина этих растягивающих напряжений обратно пропорциональна квадрату безразмерной мощности потолочины и, таким образом, суммарные горизонтальные напряжения $\sigma_{\Sigma\text{max}}$ равны

$$\sigma_{\Sigma\text{max}} = \left(\xi - \sqrt{\frac{h_{\text{et}} E}{3(1-\chi)hE_{\text{et}}}} \right) \gamma H, \quad (3.63)$$

где обозначения те же, что и ранее.

Следует также отметить, что при вычислениях с помощью рядов (3.57), (3.62) достаточно ограничиваться оставлением их первых членов только при небольших значениях β . По мере увеличения размеров шахтного поля в арифметических вычислениях необходимо уже удерживать первые десятки



Рис. 3.20. Изменение горизонтальных напряжений в потолочине при увеличении размеров шахтного поля

членов ряда.

3.2.2.3. Сравнение распределений напряжений и нагрузок для пространственного и цилиндрического изгиба потолочины

Поскольку для расчетов более удобен и прост одномерный случай ленточной потолочины (случай цилиндрического изгиба) необходима оценка точности получаемых решений при замене двумерной задачи расчета прямоугольной потолочины на одномерную задачу расчета ленточной потолочины и выяснению степени возможной потери точности при такой замене.

С этой целью были построены графики приращений прогибов Δw , представленных для опертой потолочины в виде ряда (2.77). В частности, для квадратной в плане потолочины ($R = 1$) это приращение при небольших полупролетах β имеет сложную форму, показанную на рис. 3.21, т.е. распределения прогибов отличаются весьма существенно. С возрастанием β отличие распределение становится менее выраженным, очевидным образом отличаясь только на границах опирания потолочины $x = \pm a/2$. В центре шахтного поля это различие уже невелико, которое, например, для $\beta = 5$ составляет $0,07\gamma H$.

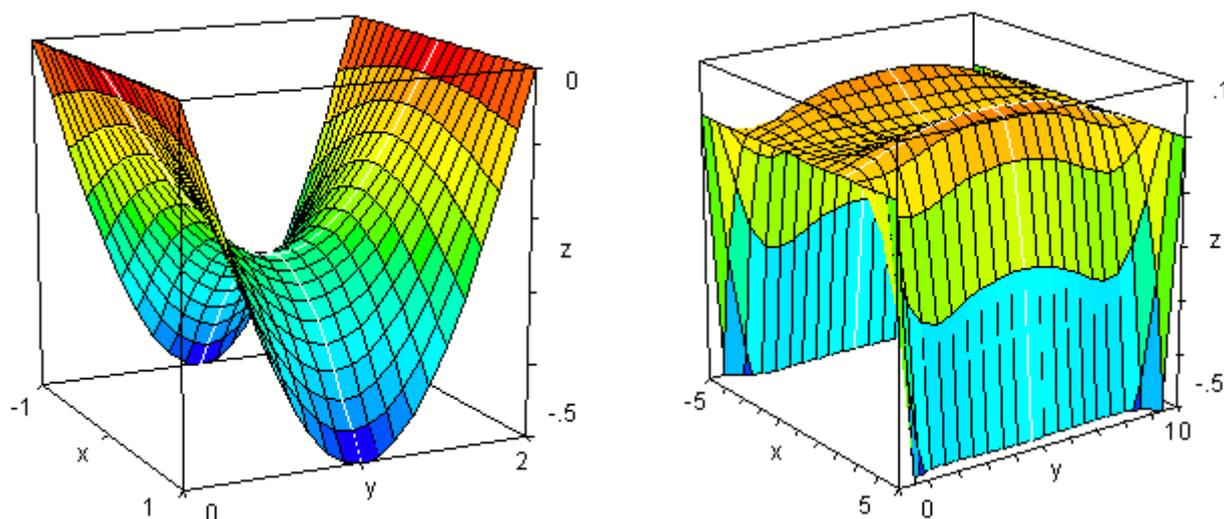


Рис. 3.21. Разность прогибов для пространственного и цилиндрического изгиба потолочины квадратной ($R = 1$) формы: а) при полупролете $\beta = 1$; б) при полупролете $\beta = 5$

Аналогичным образом изменяются и горизонтальные напряжения. Выполненное сопоставление с результатами плоской схемы (рис. 3.22) при различных коэффициентах R формы потолочины ($R=1; 2; 3$) показывает, что учет пространственной схемы существенен только при малых размерах

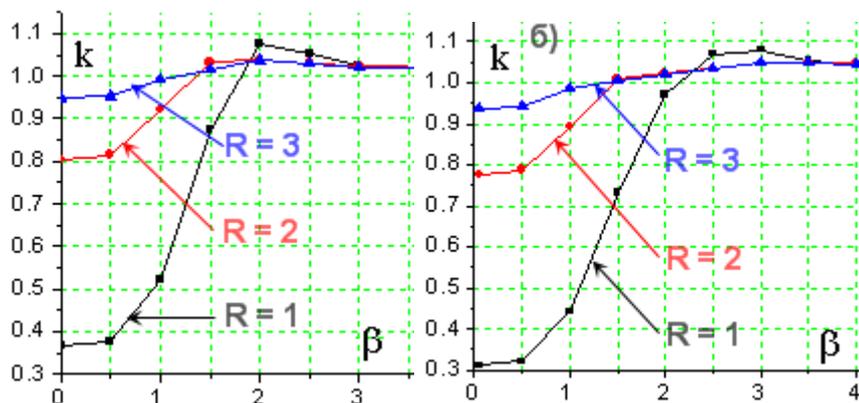


Рис.3.22 Изменение отношения k максимальных напряжений в пространственной схеме к максимальным напряжениям плоской схемы с увеличением ширины 2β при разных R :
а) горизонтальные напряжения в потолочине;
б) вертикальная нагрузка на МКЦ

или слабой жесткости основания ($\beta \rightarrow 0$). С увеличением размеров шахтного поля переходные коэффициенты k , равные отношению соответствующих напряжений, достаточно быстро стремятся к единице, например, даже для квадратной в плане формы их наибольшее значение не превосходит 1,07–1,08, что позволяет при расчетах ограничиваться плоской схемой цилиндрического изгиба потолочины для квадратной в плане потолочины, начиная с полупролета $\beta = 2$, а для прямоугольной в плане потолочины, начиная с полупролета $\beta = 1,5$.

3.3. УЧЕТ ОСОБЕННОСТЕЙ НДС КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ МЕТОДАМИ ФИЗИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Сложность задачи и высокая ответственность сооружения (проведения горных работ под обводненной толщей пород, статические запасы которой составляют порядка миллиона кубометров) определяют необходимость и целесообразность применения различных методов исследований, в частности, не только использования результатов выполненного математического моделирования, но и результатов моделирования другими методами для использования преимуществ каждого из этих. Например, численное моделирование способно

учитывать переход массива пород в предельное состояние, хотя, в силу возможностей вычислительной техники, оно обычно выполняется для условий плоской задачи (плоскодеформированного или плосконапряженного состояния) и не учитывает его пространственный характер. Для получения и развития знаний о механизме и характере проявлений происходящих процессов горного давления эффективно физическое моделирование методом эквивалентных материалов

3.3.1. Моделирование на эквивалентных материалах

Моделирование, выполненное Г.Т. Нестеренко [81] на плоских моделях из эквивалентных материалов, не воспроизводило конкретных объектов какого-либо месторождения, а имело целью получить сравнительные данные о характере распределения давления на междукамерные целики при различной мощности слоев кровельного массива.

Модель имела длину 100 см, высоту 45 см и ширину 8 см при масштабе моделирования 1 : 250. Разрабатываемый пласт был закатан в модели непосредственно над планками динамометрического основания и имел мощность 3 см (7,5 м природы). Глубина разрабатываемого пласта от земной поверхности составляла 105 м природы.

Устойчивость пород кровли в обнажениях характеризовалась величинами предельных пролетов, превышение которых приводило к обрушению кровли. Для модели – 4,5 см (11,2 м природы)

Пласт в модели отрабатывался камерами с оставлением междукамерных целиков. Ширина камер и ширина оставляемых междукамерных целиков были одинаковыми и равнялись ширине секции динамометрического основания, равной 2 см, что соответствует 5 м природы.

Выемка камер в модели производилась таким образом, чтобы края целика совпадали с краями соответствующей планки динамометрического основания. В результате такого порядка выемки каждый оставленный междукамерный це-

лик опирался на одну секцию динамометрического основания, смежные же секции этого основания разгружались после того, как над ними образовывались камеры.

Выемка пласта камерами велась симметрично от середины модели. Общая ширина выработанного поля доводилась до 62 см (155 м натуры). От краев выработанного поля оставались целики шириной 19 см (47,5 м натуры), которые уподоблялись барьерным целикам. С помощью динамометрического основания определялись давления, передаваемые со стороны кровли на междукамерные и боковые (барьерные) целики.

Фактические давления на целики (в процентах от давления полного веса пород до поверхности) для различных значений ширины выработанного поля приведены на рис. 3.23.

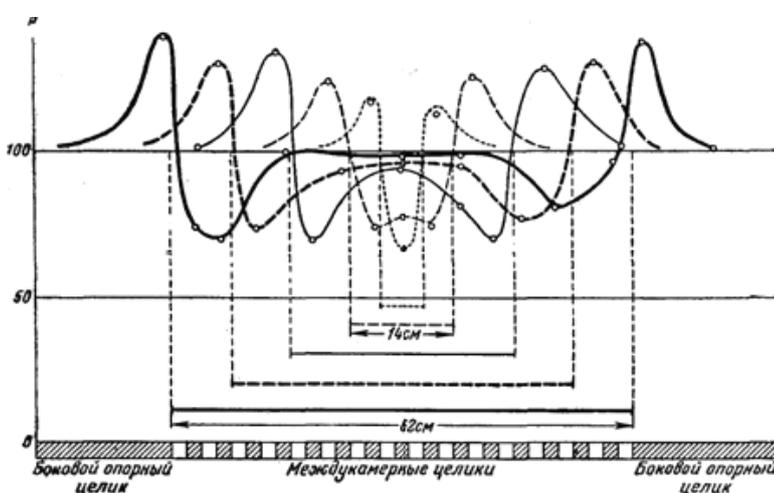


Рис. 3.23. Распределение нагрузки на целики по данным моделирования на эквивалентных материалах /Г.Т. Нестеренко/

Сравнение результатов эквивалентного моделирования с результатами математического моделирования (см. рис. 3.18) позволяет констатировать, что в обоих случаях последовательность и форма изменений эпюр вертикального давления на поддерживающие целики, в целом, соответствуют друг другу. Следовательно, результаты эквивалентного моделирования можно считать подтверждением результатов и выводов математического моделирования, по крайней мере, для распределения вертикальных нагрузок на поддерживающие целики.

Вместе с тем, моделирование на эквивалентных материалах не дает распределения горизонтальных напряжений, которое, однако, может быть получено численным моделированием.

3.3.2. Численное моделирование НДС массива железистых кварцитов

Задача численного моделирования НДС рудного массива, вмещающего очистные выработки, решена в двумерной постановке по отработанной методике [] методом конечных элементов, который можно трактовать как способ аппроксимации непрерывной функции (перемещений) дискретной моделью, представляющей собой множество значений в некотором конечном числе точек области ее определения (расчетной области) в совокупности с кусочными аппроксимациями этой функции на некотором конечном числе подобластей (конечных элементов). Локальная аппроксимация поля перемещений U_i на каждом конечном элементе единственным образом определяется значениями этой функции в узловых точках (узлах); после нахождения поля перемещений вычисляются деформации и напряжения в тех или иных интересующих точках с помощью уравнений Коши и уравнений состояния.

Задача также решена в модельной постановке, при которой не отражаются мелкие детали геологического строения и фактической геометрии очистных камер, а исследуется изменение НДС при развитии горных работ путем образования очистных камер в последовательности, показанной на рис. 3.24.

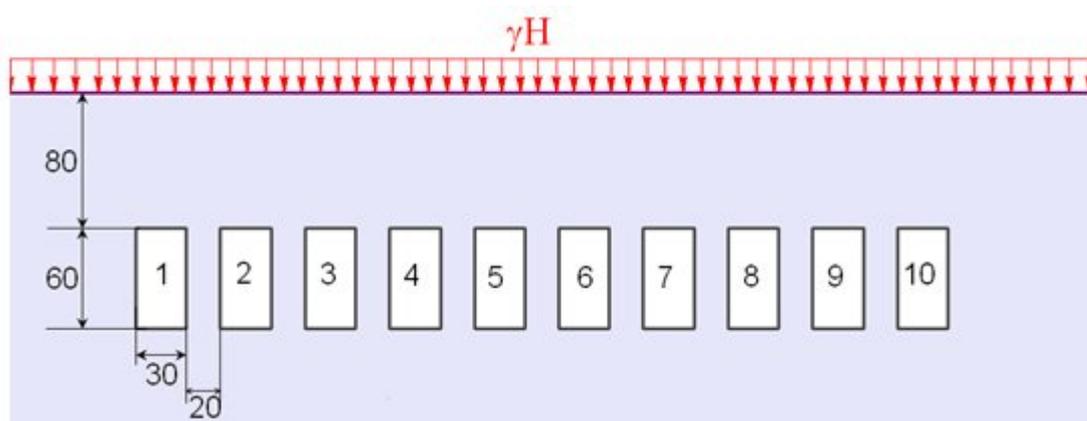


Рис. 3.24. Фрагмент расчетной области

Расчетная область принята в форме прямоугольника длиной 1680 м и глубиной 740 м, на границах которого заданы стандартные условия закрепления: на боковых сторонах $U = 0$, $\tau_{xy} = 0$, на нижней стороне $V = 0$, $\tau_{xy} = 0$. По

верхней свободной границе либо моделировалась сама осадочная толща, либо задавалась создаваемая ею вертикальная нагрузка γH . В качестве конечных элементов использованы изопараметрические элементы с дополнительными узлами на серединах сторон, что дает квадратичную аппроксимацию поля перемещений и, соответственно, линейную аппроксимацию напряжений. Количество элементов до 2,5 тысяч, узлов до 7 тысяч со сгущением конечных элементов в потолочине до их среднего размера в 4÷6 м. Напряжения и деформации находятся в линейной взаимосвязи, определяемой модулем деформации (упругости) и коэффициентом поперечного расширения, вплоть до их предельных значений, определяемых критерием прочности.

Результаты моделирования показывают, что по мере развития очистных работ происходит разгрузка кровли и почвы камер и нагружение целиков, при этом горизонтальные напряжения в пределах зоны очистных работ снижаются практически до нулевых значений и целики оказываются в состоянии одноосного сжатия, подтверждая принятое в разделе 2.4.2 предположение.

Для решения поставленной задачи – оценки результатов математического моделирования и сравнения их с результатами численного моделирования – по результатам численного моделирования построены эпюры оседаний потолочины (прямо пропорциональных вертикальным нагрузкам на целики) (рис. 3.25) и горизонтальных напряжений (рис. 3.26). Те же эпюры по результатам математического моделирования представлены ранее на рис. 3.18 и 3.20 соответственно.

Сравнение эпюр оседаний показывает качественное совпадение полученных результатов. Несмотря на различие расчетных схем математического и численного моделирования, так же происходит нарастание оседаний, уплотнение их формы распределения и снижение величины максимальных оседаний, хотя при численном моделировании не совсем выражены две точки максимума оседаний, что, возможно, объясняется точностью численного моделирования. Вместе с тем, численное моделирование дает оседание, соответствующее осе-

даниям опор, которое не учитывается расчетной схемой математического моделирования.

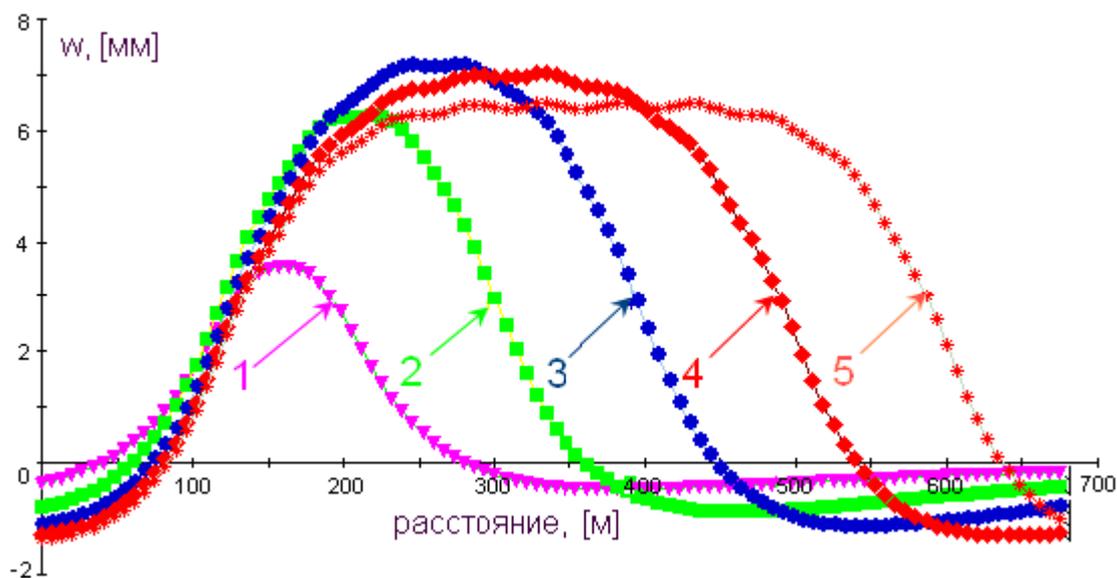


Рис. 3.25. Развитие оседаний срединной плоскости потолочины по мере развития очистных работ: 1,2,3,4 и 5 – после обработки 2, 4, 6, 8 и 10 камер соответственно

Аналогичным образом ведут себя эпюры горизонтальных напряжений в кровле потолочины. С учетом того, что напряжения в кровле и почве потолочины (т.е при $z = \pm \frac{h}{2}$ соответственно) отличаются знаком, соответствие эпюр можно также признать удовлетворительным.

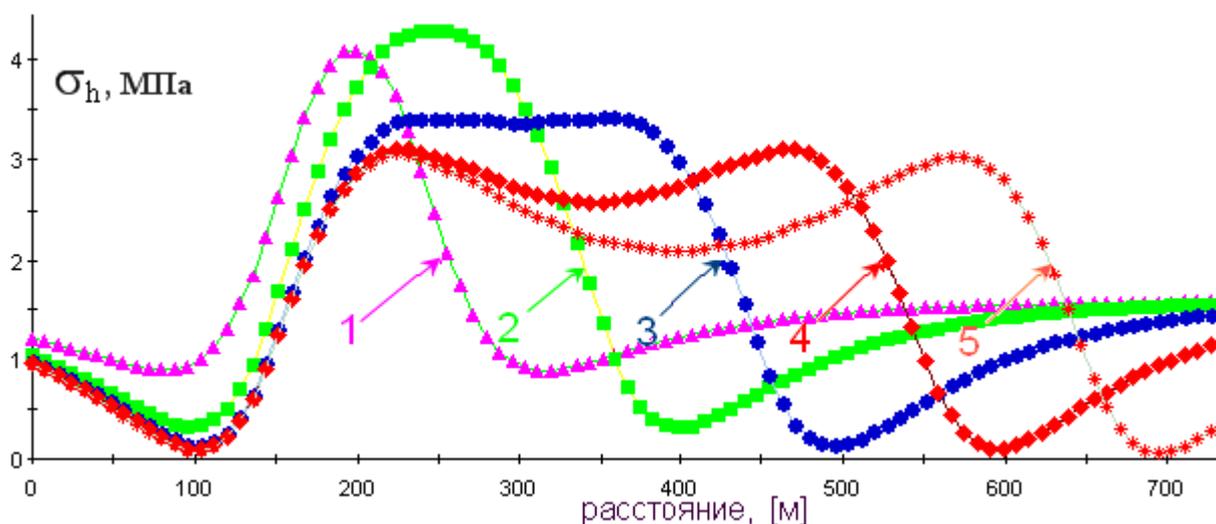


Рис. 3.26. Развитие горизонтальных напряжений в кровле потолочины по мере развития очистных работ: 1,2,3,4 и 5 – после обработки 2, 4, 6, 8 и 10 камер соответственно

Таким образом, можно констатировать, что результаты физического и численного моделирования подтверждают или, по крайней мере, не противоречат результатам математического моделирования, которые поэтому могут быть использованы для оценки НДС конструктивных элементов системы разработки.

3.4. ОЦЕНКА НДС КРОВЛИ ОЧИСТНОЙ КАМЕРЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО ПРОЛЕТА ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ОБНАЖЕНИЙ РУДНОГО МАССИВА

Для того чтобы определить наиболее рациональные параметры системы разработки, необходимо сначала определить или хотя бы получить некоторую оценку величины предельного пролета кровли очистных камер. С этой целью проведены расчеты НДС кровли отдельно взятой очистной камеры на основе локального расчета потолочины, поддерживаемой опорными целиками, – решения задачи, приведенного в разделе 2.3.2. Ограничиваясь рассмотрением пролетов камер, не превосходящих мощности потолочины, (на шахте им. Губкина она составляет 60–80 м), для анализа распределения вертикальных σ_z и горизонтальных σ_x напряжений использованы соотношения (2.94)–(2.96), которые преобразованы к безразмерному виду

$$\frac{\sigma_z}{\gamma H} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\alpha_0 \bar{x}) (1 + \alpha_0 \bar{z}) \exp(-\alpha_0 \bar{z}) \quad (3.64)$$

$$\frac{\sigma_x}{\gamma H} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\alpha_0 \bar{x}) (1 - \alpha_0 \bar{z}) \exp(-\alpha_0 \bar{z}), \quad (3.65)$$

где $\alpha_0 = 2\pi n$, $\bar{x} = x / L$, $\bar{z} = z / L$.

Эпюры вертикальных σ_z и горизонтальных σ_x напряжений в потолочине в сечениях на различных расстояниях h от кровли камеры в условиях отсутствия бокового распора и в вертикальном сечении по середине (при $\bar{x} = 0,5$) потолочины показаны на рис. 3.27 – 3.28.

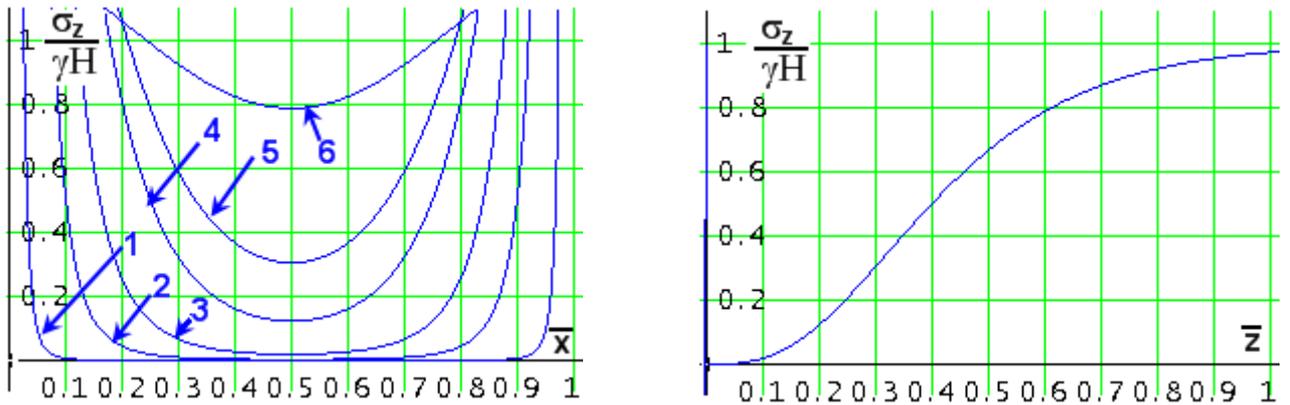


Рис. 3.27. Эпюры вертикальных напряжений: а) 1,2,3,4,5,6 – по горизонтальным сечениям на высоте $z = 0,01; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,6$ пролета от кровли камеры соответственно; б) в вертикальном сечении по середине потолочины

Вблизи кровли камеры вертикальные напряжения, как и следовало ожидать, близки к нулю, т.е. основная нагрузка приходится на поддерживающие целики. С увеличением высоты h сечения (уменьшением пролета камеры L) происходит выравнивание нагрузки, распределение которой все ближе стремится к равномерному, как это имеет место в случае упругого основания.

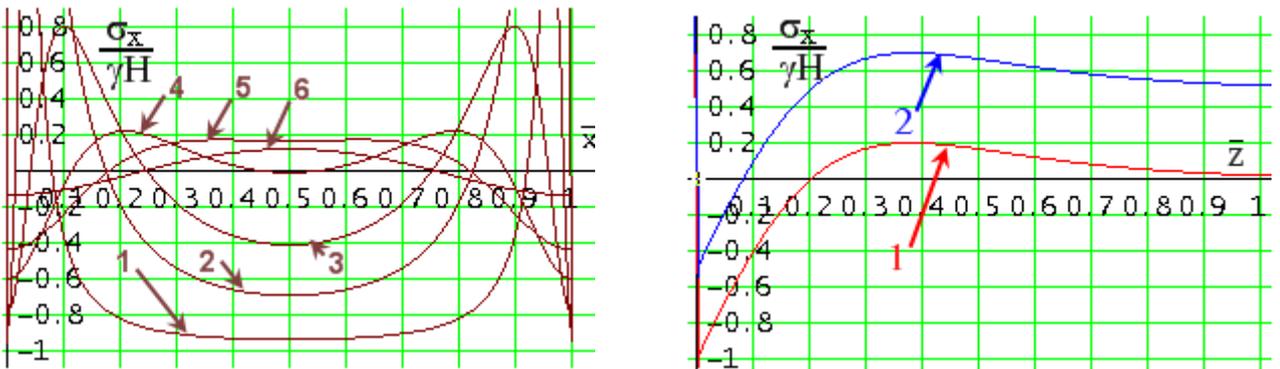


Рис. 3.28. Эпюры горизонтальных напряжений: а) 1,2,3,4,5,6 – по горизонтальным сечениям на высоте $z = 0,01; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,6$ пролета от обнажения соответственно; б) в вертикальном сечении по середине потолочины (1 – без распора $\zeta=0$, 2 – $\zeta=0,5$)

Горизонтальные напряжения на кровле камеры – растягивающие и по величине равны γH . С удалением от кровли также происходит выравнивание распределения, причем в середине потолочины, начиная с расстояния $z = 0,2L$, напряжения переходят в сжимающие. Наложение природного поля напряжений

с горизонтальной составляющей величиной $\xi\gamma H$ сдвигает эпюру в сторону сжимающих напряжений при этом суммарные напряжения будут равны

$$\sigma_h = (1 - \xi)\gamma H \quad (3.66)$$

Рассматривая σ_x как функцию $\sigma_x(\bar{x}, \bar{z})$ координат потолочины построены изолинии нулевых напряжений, которые отделяют область растягивающих напряжений, примыкающую к кровле камеры. Для условий отсутствия бокового распора эта область имеет сводообразную форму, показанную на рис. 3.29.

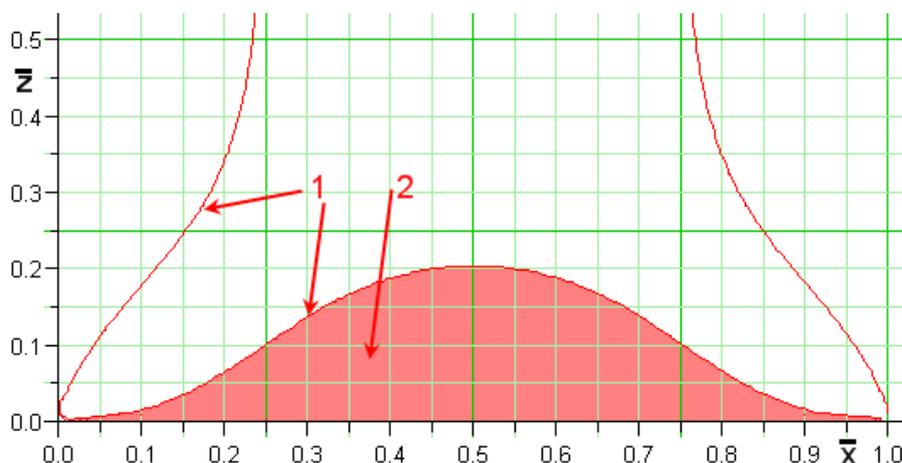


Рис.3.29. Распределение горизонтальных напряжений в потолочине: 1 – изолинии нулевых напряжений; 2 – область растягивающих напряжений в кровле

Следует также отметить, что в силу особенностей расчетной схемы (по краям потолочины $x = 0, L$ прикладываются сосредоточенные нагрузки) ряды (3.64) – (3.65) при $z = 0$ сходятся медленно, однако, как показывают приведенные эпюры, на практике допустимо вычисление рядов в окрестности нуля (до $z = 0,01 \div 0,05L$), где вертикальные напряжения близки к нулю.

Поскольку определение предельных пролетов горизонтальных обнажений является достаточно важным, также были рассмотрены другие подходы. Наиболее известными и употребительными соотношениями для их нахождения являются соотношения В.Д. Слесарева [100], которые продолжают модифицироваться и уточняться [66, 89] на основе различных методов исследований, включая эмпирические с обобщением фактического материала. Например, пре-

дельный пролет кровли из хрупких пород предлагается [58] определять с помощью графиков при различных глубинах и коэффициентах крепости (рис. 3.30). Учитывая, что железистые кварциты Коробковского месторождения, как указывалось ранее, являются хрупкими породами с коэффициентом крепости 12.5, глубина залегания составляет от 230 до 250 м, предельный

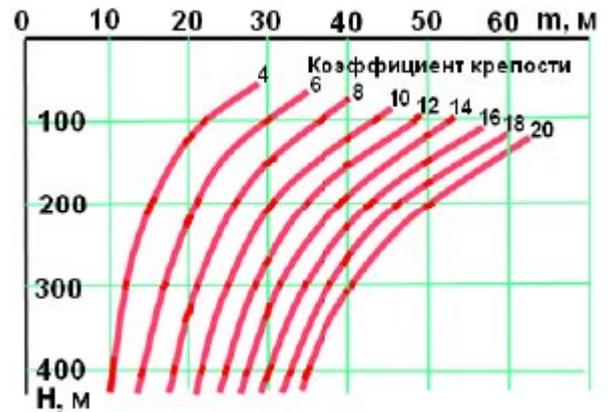


Рис. 3.30. Зависимость предельного эквивалентного пролета t горизонтального обнажения рудного массива в камере от глубины разработки и коэффициента крепости [58]

эквивалентный пролет горизонтальных обнажений рудного массива может находиться в пределах от 31 до 34 м.

Для прямоугольных камер эквивалентный пролет определяется как [78]

$$L_{\text{экв}} = \frac{a_k b_k}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}} \quad (3.67)$$

и для принимаемой далее длины камер $a_k = 75$ м ширина камер будет, поэтому, находиться в пределах $b_k = 34 \div 38$ м.

Таким образом, подытоживая полученные результаты, можно принять, что наиболее рациональной величиной предельного пролета очистных камер будет $b_k = 36$ м. При этом для снятия растягивающих горизонтальных напряжений кровлю очистных камер целесообразно оформлять в форме свода, показанного на рис. 3.29.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ

1. Расчет потолочины при действующих на шахте геометрических параметрах системы разработки показал, что ее прогибы (оседания) не превышают первого десятка миллиметров, горизонтальные напряжения в потолочине находятся в пределах 7–12 МПа, вертикальная нагрузка на целики соответствует весу γH налегающей толщи, отличаясь от него на краях шахтного

поля. Это подтверждает результаты предыдущих исследований о том, что потолочина имеет достаточно большой запас прочности, а также правомочность и необходимость, вследствие этого, поиска более рациональных геометрических параметров элементов системы разработки, обеспечивающих более эффективное извлечение камерных запасов.

2. Анализ полученных решений показывает, что горизонтальные напряжения в потолочине определяются суммой природного поля напряжений и дополнительного поля напряжений в результате ведения горных работ, причем величина последнего зависит только от величины вертикальных напряжений (поперечной изгибающей нагрузки) и практически не зависит от остальных природных факторов. Таким образом, природные тектонические напряжения оказывают определяющее влияние на прочность потолочины за счет уменьшения растягивающих напряжений от поперечного изгиба и практически не оказывают влияния на величину ее прогиба.

3. Наличие вертикального градиента природных напряжений приводит к дополнительным изгибающим моментам и для ортотропной потолочины может быть учтено приращением природных напряжений, действующих на горизонте кровли/почвы потолочины, величина которых достигает 2 МПа. Недооценка этого обстоятельства в классической схеме сведения сил к срединной плоскости потолочины приводит к излишнему запасу ее прочности.

4. Влияние деформационной анизотропии рудного массива на его напряженное состояние превышает 10% при коэффициентах анизотропии менее 0,7 или более 1,5. Для условий Коробковского месторождения максимальная погрешность от допущения изотропии упругих свойств массива железистых кварцитов составляет не более 3–5%.

5. Влияние переменной жесткости (мощности) потолочины сводится к действию дополнительно прикладываемого поля сил. Если потолочина имеет переменную, линейно увеличивающуюся мощность, то расчет ее прочности допустимо проводить по значению минимальной мощности.

6. При арифметических вычислениях НДС с помощью ординарных рядов Фурье целесообразно выбирать оси координат таким образом, чтобы ось ОХ была параллельна длинной оси потолочины, поскольку это обеспечивает более быструю сходимость рядов, особенно для точек близких к центру потолочины.

7. К технологическим факторам, которыми можно управлять НДС конструктивных элементов системы разработки, относятся коэффициент постели упругого основания и мощность потолочины. Их совместное действие учитывается с помощью безразмерного полупролета β потолочины (ширины шахтного поля).

8. По мере развития горных работ и увеличения безразмерного полупролета β происходит качественное изменение формы кривых распределения вертикальных нагрузок на целики и горизонтальных напряжений в потолочине.

Пока полупролет β остается меньше $\beta_1 = \frac{3}{4}\pi$ эпюра отпора упругого основания с погрешностью, не превосходящей 6–7%, может быть аппроксимирована полуволной синусоиды. Затем происходит качественное изменение путем выполаживания и перехода к седлообразной форме с двумя точками максимума сначала, при $\beta = \frac{\pi}{2}$, эпюр горизонтальных напряжений (изгибающих моментов), а потом, при $\beta = \pi$, эпюр прогибов и вертикальной нагрузки на поддерживающие целики.

9. Погрешность от замены расчетной схемы пространственного изгиба прямоугольной потолочины на расчетную схему ее плоского цилиндрического изгиба зависит от соотношения сторон $R = a/b$ и величины безразмерного полупролета β и может быть определена по предложенному графику. В частности, для квадратной в плане потолочины, начиная с полупролета $\beta = 2.0$, а для прямоугольной в плане потолочины при $R \geq 2$, начиная с полупролета $\beta = 1.5$, допустимо использовать расчетную схему цилиндрического изгиба.

10. Результаты численного моделирования и физического моделирования на эквивалентных материалах НДС потолочины и характера распределения давления на междукамерные целики при развитии горных работ соответствуют результатам и выводам математического моделирования, что позволяют использовать полученные аналитические зависимости для установления рациональных геометрических параметров конструктивных элементов камерной системы разработки.

11. Локальный расчет потолочины в пределах отдельной очистной камеры показывает, что наибольшие растягивающие горизонтальные напряжения достигаются по сечению середины потолочины, а в кровле очистной камеры, они равны $(1 - \xi)\gamma H$. Область растягивающих напряжений распространяются вглубь потолочины на высоту h , которая зависит от величины коэффициента бокового распора ξ природного поля напряжений. Максимальное значение этой высоты $h = 0.2L$ достигается при отсутствии бокового распора ($\xi = 0$), а при других его значениях величина h определяется по приведенному графику. С учетом эмпирических зависимостей предельный пролет очистных камер в железистых кварцитах Коробковского месторождения может быть принят равным 36 м. При этом для снятия растягивающих напряжений целесообразно оформление кровли камер в виде сводообразной формы.